

## 22. Matemáticas II

### Bachillerato (LOGSE)

- *Segunda parte de la prueba*
- *Modalidad de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud*
- *Modalidad de Tecnología*
- *Materia obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y opcional en la de Ciencias de la Salud*

#### 22.1. Características del examen

El tiempo máximo para realizar el examen será de **90 minutos**.

El examen de Matemáticas II constará de cuatro bloques. En cada bloque se propondrán dos problemas.

El bloque 1 será de Álgebra Lineal. El bloque 2 será de Geometría. El bloque 3 será de Análisis. El bloque 4 será de resolución de problemas. La resolución de cada problema del bloque 4 supondrá plantear, resolver, y en su caso discutir el ejercicio propuesto, que se procurará contenga alrededor de un 70% de Análisis Matemático, incluyendo la parte nueva del programa actual que no figuraba en el programa anterior, y, además en su resolución se podrán necesitar elementos de Álgebra y de Geometría.

Cada alumno deberá elegir sólo tres bloques y en cada uno de ellos deberá resolver uno de los problemas. En ningún caso se corregirán más de tres problemas, que deberán ser de bloques diferentes.

Cada problema se puntuará de 0 a 3,3, según la puntuación máxima indicada en cada apartado. La suma de las puntuaciones de cada problema más 0,1 será la calificación de la prueba.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos obtenidos deberán estar justificados.

Los problemas se plantearán de modo que permitan evaluar las siguientes capacidades:

1. Plantear en términos vectoriales problemas formulados en contextos de las ciencias de la naturaleza, la técnica y la geometría; y utilizar el cálculo vectorial para resolverlos e interpretar las soluciones.
2. Interpretar, reconocer y analizar expresiones analíticas que puedan ser asociadas a rectas, planos, circunferencias

y elipses e identificarlas como lugares geométricos definidos mediante propiedades métricas.

3. Utilizar las matrices y sus operaciones como instrumento para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y para representar e interpretar tablas y grafos.

4. Resolver problemas recurriendo a técnicas algebraicas e interpretando las soluciones.

5. Aplicar métodos analíticos al estudio de funciones y a la interpretación de fenómenos de la naturaleza y de la técnica.

6. Resolver problemas de optimización utilizando técnicas analíticas para estudiar las propiedades de las funciones.

7. Resolver problemas que requieran codificar informaciones, seleccionar, comparar y valorar estrategias y elegir las herramientas matemáticas adecuadas para la búsqueda de soluciones en cada caso.

#### 22.2. Criterios de corrección

A) Cada uno de los tres problemas elegidos por cada alumno se puntuará de 0 a 3,3. La calificación del examen de Matemáticas II será la suma de las calificaciones de los tres problemas elegidos aumentada en 0,1 puntos.

B) Los problemas obtendrán la máxima puntuación cuando su planteamiento, desarrollo y solución sean correctos.

C) En otro caso, se valorará de manera especialmente positiva la adecuada estructuración de las contestaciones atendiendo a los siguientes factores:

- La claridad conceptual en la exposición.
- La justificación de la estrategia diseñada para resolver el problema.
- La construcción o elección razonada de los elementos (funciones, modelos probabilísticos, sistemas de referencia, gráficos, etc.) necesarios para la formalización matemática de la situación a resolver.
- La corrección lógica en los razonamientos o cálculos que conduzcan a la obtención de la o las soluciones o a la convicción de su inexistencia.
- La interpretación de las soluciones obtenidas, si procede, y, en su caso, la puesta de manifiesto de la inverosimilitud o incorrección de las mismas.

D) En tanto que las matemáticas constituyen también un lenguaje que contiene recursos apropiados para convencer y comunicar, se valorará positivamente la destreza demostrada en cuanto a:

- La claridad y precisión, cualidades ambas compatibles con la flexibilidad para explorar distintas estrategias o

para considerar los supuestos de partida si es necesario o conveniente.

- La coherencia y pertinencia de los argumentos esgrimidos.
- La originalidad de los enfoques adoptados.
- La concisión, pulcritud y claridad comunicativa de los elementos auxiliares del desarrollo (diagramas, gráficos, tablas, etc.).

### 22.3. Currículo de la materia y núcleos de contenidos

El currículo de la materia se detalla en el Decreto 50/2002, de 26 de marzo, que establece el currículo de Bachillerato LOGSE.

#### 1. Resolución de problemas

En este núcleo se prosigue la reflexión sobre las pautas de actuación y las fases que comporta el proceso de resolución de problemas. Los contenidos son los mismos que se exponen en el núcleo correspondiente de Matemáticas I y serán tratados exclusivamente en relación con los problemas que permiten plantear los conceptos y técnicas matemáticas propuestas en los demás núcleos de la materia.

#### 2. Geometría

Los contenidos que corresponden a este núcleo son:

- Sistemas de referencia en el espacio. Coordenadas cartesianas.
- Vectores en el espacio tridimensional. Productos escalar, vectorial y mixto.
- Obtención e interpretación de las ecuaciones de rectas y planos a partir de sistemas de referencia ortonormales.
- Resolución de problemas de incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre áreas y volúmenes.
- Resolución de problemas métricos relacionados con el cálculo de ángulos, distancias, áreas y volúmenes.

#### 3. Análisis

Los contenidos que corresponden a este núcleo son:

- Límite de una sucesión. Límite de una función. Cálculo de límites.
- Continuidad y derivabilidad de una función. Propiedades elementales.
- Cálculo de derivadas. Derivada de la suma, producto, cociente y composición de funciones. Derivada de las principales familias funcionales. Diferencial de una función e interpretación geométrica. La función derivada. Teoremas de las funciones derivables.
- Aplicación al estudio de las propiedades locales y la representación gráfica de funciones elementales. Optimización.
- Primitiva de una función. Cálculo de integrales indefinidas inmediatas, por cambio de variable o por otros métodos sencillos. Integración de funciones racionales.
- Integrales definidas. Regla de Barrow. Cálculo de áreas de regiones planas.

#### 4. Álgebra lineal

Los contenidos que corresponden a este núcleo son:

- Matrices de números reales. Operaciones con matrices.
- Rango de una matriz: obtención por el método de Gauss.
- Sistemas de ecuaciones lineales. Representación matricial de un sistema.
- Discusión y resolución de un sistema lineal por el método de Gauss.
- Determinantes. Cálculo de determinantes de órdenes 2 y 3 mediante la regla de Sarrus. Propiedades elementales de los determinantes. Matriz inversa.
- Utilización de los determinantes en la discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.



CONSELLERIA D'EMPRESA,  
UNIVERSITAT I CIÈNCIA

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT  
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ  
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNiques SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS  
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE JUNY 2006

CONVOCATORIA DE JUNIO 2006

MODALITAT DEL BACHILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia  
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

|                              |                                   |   |                         |
|------------------------------|-----------------------------------|---|-------------------------|
| 2n Exercici<br>2º. Ejercicio | MATEMÀTIQUES II<br>MATEMÁTICAS II | Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut<br>Obligatoria en la vía Científico-tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud | 90 minuts<br>90 minutos |
|------------------------------|-----------------------------------|---|-------------------------|

**Barem:** / Baremo: Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo se harán TRES de los problemas propuestos.

Cada problema se puntuará de 0 a 3,3, según la puntuación máxima indicada en cada apartado.

La suma de las puntuaciones de cada problema más 0,1 será la calificación de la prueba.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria)

### EJERCICIO A

**PROBLEMA 1.** Dado el sistema de ecuaciones con incógnitas  $x, y, z$ , 
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = \alpha \\ 2x + 6y - 11z = 2 \\ x - 2y + 7z = 1 \end{cases}$$
 se pide:

- Determinar razonadamente el valor de  $\alpha$  para el cual el sistema es compatible (1,2 puntos).
- Para ese valor obtenido en a) de  $\alpha$ , calcular el conjunto de soluciones del sistema (1,3 puntos).
- Explicar la posición relativa de los tres planos definidos por cada una de las tres ecuaciones del sistema, en función de los valores de  $\alpha$  (0,8 puntos).

**PROBLEMA 2.** En el espacio se consideran:

- La recta  $r$  intersección de dos planos de ecuaciones implícitas:  $x + y - z = 5$  y  $2x + y - 2z = 2$ .
- Y la recta  $s$  que pasa por los puntos  $P = (3, 10, 5)$  y  $Q = (5, 12, 6)$ . Se pide:
  - Calcular las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  (0,6 puntos) y de la recta  $s$  (0,4 puntos).
  - Calcular el punto  $H$  intersección de  $r$  y  $s$  (0,6 puntos) y el ángulo  $\hat{\alpha}$  que determinan  $r$  y  $s$  (0,4 puntos).
  - Calcular los puntos  $M$  y  $N$  de la recta  $r$  para los que el área de cada uno de los triángulos de vértices  $PQM$  y  $PQN$  es 3 unidades de área (1,3 puntos).

**PROBLEMA 3.**

- Dibujar razonadamente la gráfica de la función  $g(x) = x^2 - 4$ , cuando  $-1 \leq x \leq 4$  (1,1 puntos).
- Obtener razonadamente los valores máximo y mínimo absolutos de la función  $f(x) = |x^2 - 4|$  en el intervalo  $[-1, 4]$  (1,1 puntos).
- Calcular el área del recinto limitado por la curva de ecuación  $y = f(x)$  y las rectas  $x = -1$ ,  $x = 4$  e  $y = 0$  (1,1 puntos).

**PROBLEMA 4.** Una persona camina a la velocidad constante de  $3 \text{ m/s}$  alejándose horizontalmente en línea recta desde la base de un farol cuyo foco luminoso está a  $10 \text{ m}$  de altura. Sabiendo que la persona mide  $1,70 \text{ m}$ , calcular:

- La longitud de la sombra cuando la persona está a  $5 \text{ m}$  de la base del farol (2 puntos).
- La velocidad de crecimiento de la sombra a los  $t$  segundos de comenzar a caminar (1,3 puntos).



COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT  
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



**PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNiques SUPERIORS I COL· LEGIS UNIVERSITARIS**  
**PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS**

CONVOCATÒRIA DE JUNY 2006

CONVOCATORIA DE JUNIO 2006

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):  
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia  
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

**IMPORTANT / IMPORTANTE**

|   |                                   |   |                         |
|---|-----------------------------------|---|-------------------------|
| 2n Exercici<br>2º. Ejercicio  | MATEMÀTIQUES II<br>MATEMÁTICAS II | Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut<br>Obligatoria en la vía Científico-tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud | 90 minuts<br>90 minutos |
| <b>Barem: / Baremo:</b> Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo se harán TRES de los problemas propuestos.                       |                                   |   |                         |
| Cada problema se puntuará de 0 a 3,3, según la puntuación máxima indicada en cada apartado.   |                                   |   |                         |
| La suma de las puntuaciones de cada problema más 0,1 será la calificación de la prueba.   |                                   |   |                         |
| Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria) |                                   |   |                         |

**EJERCICIO B**

**PROBLEMA 1.** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  y  $T = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  se pide:

- a) **Probar** que la matriz  $T$  tiene matriz inversa,  $T^{-1}$ , y **calcular** dicha matriz inversa  $T^{-1}$  **(1,3 puntos)**.
- b) Dada la ecuación con matriz incógnita  $B$ ,  $A = T^{-1}BT$ , **calcular** el determinante de  $B$  **(0,8 puntos)**.
- c) **Obtener** los elementos de la matriz  $B$  considerada en el apartado b) **(1,2 puntos)**.

**PROBLEMA 2.** Dados los puntos:  $\left\{ \begin{matrix} A=(4,-4, 9); & B=(2, 0, 5); & C=(4, 2, 6) \\ L=(1, 1, 4); & M=(0, 2, 3); & y & N=(3, 0, 5) \end{matrix} \right\}$ , se pide:

- a) **Calcular** la distancia  $d$  del punto  $C$  al punto medio del segmento de extremos  $A, B$  **(0,5 puntos)** y el área  $S$  del triángulo de vértices  $A, B, C$  **(1 punto)**.
- b) **Calcular** las ecuaciones implícitas del plano  $\delta$  que pasa por los puntos  $A, B, C$  **(0,4 puntos)** y del plano  $\delta'$  que pasa por los puntos  $L, M, N$  **(0,4 puntos)**.
- c) **Calcular** la ecuación paramétrica de la recta  $r$  intersección de los planos  $\delta$  y  $\delta'$  **(0,6 puntos)** y el ángulo  $\alpha$  que determinan los planos  $\delta$  y  $\delta'$  **(0,4 puntos)**.

**PROBLEMA 3.** Dada la función  $f(x) = \ln x$  en el intervalo cerrado  $[1, e]$ , siendo  $e = 2,718281\dots$ :

- a) **Razonar** que existe un punto  $P$  de la gráfica  $y = \ln x$  en el que la recta tangente a ella es paralela a la recta que pasa por los puntos  $A = (1, 0)$  y  $B = (e, 1)$  **(1 punto)**.
- b) **Obtener** el punto  $P$  considerado en a) **(1,8 puntos)**.
- c) **Calcular la pendiente** de la recta tangente a  $y = \ln x$  en ese punto  $P$  **(0,5 puntos)**.

**PROBLEMA 4.** El coste del marco de una ventana rectangular es 12,5€ por metro lineal de los lados verticales y 8€ por metro lineal de los lados horizontales.

- a) **Calcular razonadamente** las dimensiones que debe tener el marco de una ventana de  $1 m^2$  de superficie para que resulte lo más económico posible **(2,3 puntos)**.
- b) **Calcular**, además el coste de ese marco más económico posible considerado en a) **(1 punto)**.

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT  
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS  
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE 2006 CONVOCATORIA DE 2006

MODALITAT DEL BACHILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia  
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

|                              |                                   |  |                         |
|------------------------------|-----------------------------------|--|-------------------------|
| 2n Exercici<br>2º. Ejercicio | MATEMÀTIQUES II<br>MATEMÁTICAS II | Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut<br>Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud | 90 minuts<br>90 minutos |
|------------------------------|-----------------------------------|--|-------------------------|

Barem: / Baremo: Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo se harán TRES de los problemas propuestos.

**CRITERIOS DE CORRECCIÓN / CRITERIS DE CORRECCIÓ**

SIEMPRE SE VALORARÁ EL PLANTEAMIENTO Y EL DESARROLLO. ESTOS CRITERIOS DE CORRECCIÓN CONTIENEN UNA PROPUESTA DE CALIFICACIÓN MÁXIMA Y LAS SOLUCIONES, QUE DEBEN COMPROBARSE POR EL CORRECTOR.

LA NOTA DE CADA EJERCICIO HA DE REDONDEARSE A LA DÉCIMA SUPERIOR. SU SUMA MÁS 0,1 ES LA CALIFICACIÓN.

**EJERCICIO A. CRITERIOS DE CORRECCIÓN.**

**PROBLEMA 1.**

- Por la deducción y obtención de que  $\alpha = 1$  hasta **1,2 puntos**.
- Por la obtención de que  $x = 1 - 2\lambda$ ,  $y = \frac{5}{2}\lambda$  y  $z = \lambda$ , o cualquier otra solución equivalente, hasta **1,3 puntos**.
- Por explicar que cuando  $a = 1$  los tres planos pasan por la recta determinada en **b)** hasta **0,4 puntos**, y por explicar que cuando  $a \neq 1$  los tres planos se cortan dos a dos en tres rectas paralelas hasta **0,4 puntos**.

**PROBLEMA 2.**

- Por el cálculo de la ecuación paramétrica de  $r: (x, y, z) = (-3 + \tilde{e}, 8, \tilde{e})$  hasta **0,6 puntos** y por el cálculo de la ecuación paramétrica de  $s: (x, y, z) = (3 + 2\hat{a}, 10 + 2\hat{a}, 5 + \hat{a})$  hasta **0,4 puntos**.
- Por calcular  $H = (1, 8, 4)$  hasta **0,6 puntos** y por calcular  $\hat{a} = \delta/4$  hasta **0,4 puntos**.
- Por el planteamiento del cálculo de los puntos M y N hasta **0,8 puntos**. Por la obtención de que M y N son los puntos  $(-1, 8, 2)$  y  $(3, 8, 6)$  hasta **0,5 puntos**.

**PROBLEMA 3.**

- Hasta **1,1 puntos** por el dibujo razonado de la gráfica de  $g(x)$ .
- Hasta **1,1 puntos** por la obtención razonada de los valores máximo  $(4, 12)$  y el mínimo  $(2, 0)$  absolutos de  $f(x)$ .
- Hasta **1,1 punto** por el cálculo de área pedida, que es de  $59/3$  u.a.

**PROBLEMA 4.**

- Por el planteamiento y cálculo de la sombra  $(1, 024m)$  hasta **2 puntos**
- Por el planteamiento y cálculo de la velocidad de crecimiento  $0,61m/s$  hasta **1,3 puntos**.

## COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



**PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS**  
 PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

**CONVOCATÒRIA DE** 2006 **CONVOCATORIA DE** 2006

**MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):** **De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia**  
**MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):** **De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología**

**IMPORTANT / IMPORTANTE**

|  |                                   |  |                         |
|--|-----------------------------------|--|-------------------------|
| 2n Exercici<br>2º. Ejercicio   | MATEMÀTIQUES II<br>MATEMÁTICAS II | Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut<br>Obligatoria en la via Científico-Tecnològica y optativa en la de Ciencias de la Salud | 90 minuts<br>90 minutos |
| <b>Barem:</b> / <b>Baremo:</b> Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo se harán TRES de los problemas propuestos.   |                                   |  |                         |
| <b>CRITERIOS DE CORRECCIÓN / CRITERIS DE CORRECCIÓ</b>   |                                   |  |                         |
| SIEMPRE SE VALORARÁ EL PLANTEAMIENTO Y EL DESARROLLO. ESTOS CRITERIOS DE CORRECCIÓN CONTIENEN UNA PROPUESTA DE CALIFICACIÓN MÁXIMA Y LAS SOLUCIONES, QUE DEBEN COMPROBARSE POR EL CORRECTOR. |                                   |  |                         |
| LA NOTA DE CADA EJERCICIO HA DE REDONDEARSE A LA DÉCIMA SUPERIOR. SU SUMA MÁS 0,1 ES LA CALIFICACIÓN.  |                                   |  |                         |

**EJERCICIO B. CRITERIOS DE CORRECCIÓN.****PROBLEMA 1.**

- a) **Hasta 0,5 puntos** por probar que  $T$  tiene inversa. **Hasta 0,8 puntos** por obtener  $T^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
- b) **Hasta 0,8 puntos** por el cálculo de que  $\det B = \det A = 2$ .
- c) **Hasta 1,2 puntos** por la obtención de que  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

**PROBLEMA 2.**

- a) Por calcular  $d = 3\sqrt{2}$  u.l. (**0,5 puntos**) y por calcular que el área es  $S = 9$  u.a. (**1 punto**).
- b) Por calcular la ecuación implícita de  $\delta$ :  $2x - y - 2z + 6 = 0$  (**0,4 puntos**) y por la ecuación implícita de  $\delta'$ :  $y + z - 5 = 0$  (**0,4 puntos**).
- c) Por la obtención de la ecuación paramétrica de  $r$ :  $(x, y, z) = (\tilde{e}, 4 - 2\tilde{e}, 1 + 2\tilde{e})$  (**0,6 puntos**), y por calcular el ángulo  $\hat{\alpha} = \delta/4$  (**0,4 puntos**).

**PROBLEMA 3.**

- a) **Hasta 1 punto** por el razonamiento pedido (vale el enunciar que se cumplen las hipótesis del teorema de los incrementos finitos).
- b) Por la obtención de que  $P = (e-1, \ln(e-1))$  **hasta 1,8 puntos**.
- c) Por la obtención de la pendiente,  $1/(e-1)$  **hasta 0,5 puntos**.

**PROBLEMA 4.**

- a) Por el planteamiento **hasta 1 punto**. Por el cálculo  $1,25 m \times 0,8 m$  **hasta 1,3 puntos**.
- b) Por el cálculo del coste mínimo 40 euros **hasta 1 punto**.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNiques SUPERIORS I COL· LEGIS UNIVERSITARIS  
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2006

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2006

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia  
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

|                              |                                   |   |                         |
|------------------------------|-----------------------------------|---|-------------------------|
| 2n Exercici<br>2º. Ejercicio | MATEMÀTIQUES II<br>MATEMÁTICAS II | Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut<br>Obligatoria en la via Científicotecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud | 90 minuts<br>90 minutos |
|------------------------------|-----------------------------------|---|-------------------------|

**Barem:** / Baremo: Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo se harán TRES de los problemas propuestos.

Cada problema se puntuará de 0 a 3,3, según la puntuación máxima indicada en cada apartado.

La suma de las puntuaciones de cada problema más 0,1 será la calificación de la prueba.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria)

EJERCICIO A

**PROBLEMA 1.** Dado el sistema de ecuaciones con un parámetro real  $\lambda$  e incógnitas  $x, y, z$ ,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\lambda + 2)x - y + z = 0 \\ 3x + (\lambda + 6)y - 3z = 0 \\ 5x + 5y + (\lambda - 2)z = 0 \end{array} \right\} \text{ se pide:}$$

- a) **Calcular** para qué valores de  $\lambda$  el sistema sólo admite la solución  $(x, y, z) = (0, 0, 0)$  (**1 punto**).  
b) Para cada valor de  $\lambda$  que hace indeterminado el sistema, **obtener** todas sus soluciones (**1,8 puntos**).  
c) **Explicar** la posición relativa de los tres planos definidos por cada una de las ecuaciones del sistema cuando  $\lambda = -3$  (**0,5 puntos**).

**PROBLEMA 2.** En el espacio se consideran:

➤ La recta  $r$  intersección de los planos de ecuaciones implícitas  $2x - 2y - z = 9$  y  $4x - y + z = 42$ .

➤ Y la recta  $s$  que pasa por los puntos  $(1, 3, -4)$  y  $(3, -5, -2)$ . Se pide:

- a) **Calcular** las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  (**0,8 puntos**) y de la recta  $s$  (**0,3 puntos**).  
b) **Justificar** que las rectas  $r$  y  $s$  se cruzan (**0,8 puntos**).  
c) **Calcular** un vector direccional de la recta  $t$ , perpendicular común a las rectas  $r$  y  $s$ , (**0,4 puntos**) y **calcular** el punto  $P$  de intersección de las rectas  $s$  y  $t$  (**1 punto**).

**PROBLEMA 3.** Dadas las funciones  $f(x) = x^3 - 3x + 8$  y  $g(x) = -3x$ , se pide:

- a) **Calcular** el máximo absoluto de la función  $f(x)$  en el intervalo  $[-3, 0]$  (**1 punto**).  
b) **Calcular** el punto de corte de la curva  $y = f(x)$  y la recta  $y = g(x)$  (**1 punto**).  
c) **Obtener** el área del recinto limitado por la curva  $y = f(x)$  y las rectas  $y = g(x)$ ,  $x = -3$  y  $x = 0$  (**1,3 puntos**).

**PROBLEMA 4.** Un incendio se extiende en forma circular uniformemente. El radio del círculo quemado crece a la velocidad constante de  $1,8 \text{ m/min}$ .

- a) **Obtener** el área quemada en función del tiempo  $t$  transcurrido desde el comienzo del incendio (**1,3 puntos**).  
b) **Calcular la velocidad de crecimiento** del área del círculo quemado en el instante en que el radio alcance  $45 \text{ m}$  (**2 puntos**).



COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT  
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNiques SUPERIORS I COL· LEGIS UNIVERSITARIS  
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2006

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2006

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):  
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia  
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

|                              |                                   |   |                         |
|------------------------------|-----------------------------------|---|-------------------------|
| 2n Exercici<br>2º. Ejercicio | MATEMÀTIQUES II<br>MATEMÁTICAS II | Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut<br>Obligatoria en la vía Científicotecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud | 90 minuts<br>90 minutos |
|------------------------------|-----------------------------------|---|-------------------------|

**Barem:** / Baremo: Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo se harán TRES de los problemas propuestos.

Cada problema se puntuará de 0 a 3,3, según la puntuación máxima indicada en cada apartado.

La suma de las puntuaciones de cada problema más 0,1 será la calificación de la prueba.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria)

#### EJERCICIO B

**PROBLEMA 1.**  $A$  es una matriz  $3 \times 3$  tal que  $A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  y  $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ . Se pide:

- Calcular el determinante de la matriz  $A^3$  (0,5 puntos) y la matriz inversa de  $A^3$  (1 punto).
- Calcular la matriz fila  $X = (x, y, z)$  que es solución de la ecuación matricial  $XA^3 = BA^2$ , donde  $B$  es la matriz fila  $B = (1, 2, 3)$  (1,3 puntos).
- Calcular la matriz inversa de  $A$  (0,5 puntos).

**PROBLEMA 2.** En el espacio se consideran:

- El plano  $\delta$  que pasa por los puntos  $(11, 1, 2)$ ,  $(5, 7, 5)$  y  $(7, -1, -2)$ .
- Y la recta  $r$  intersección de los planos de ecuaciones implícitas  $x + y + z = 15$  y  $2x - 7y + 2z = 3$ .

- Calcular la ecuación paramétrica de  $r$  (0,6 puntos) y la ecuación implícita del plano  $\delta$  (0,4 puntos).
- Calcular el punto  $P$  intersección de  $r$  y  $\delta$  (0,8 puntos) y el ángulo  $\alpha$  que determinan  $r$  y  $\delta$  (0,5 puntos).
- Calcular los puntos  $M$  y  $N$  de la recta  $r$  cuya distancia al plano  $\delta$  es igual a 3 u.l. (1 punto).

**PROBLEMA 3.**

- Obtener la derivada de la función  $f(x) = ax + b + \operatorname{sen} x$  (0,5 puntos). Calcular  $a$  y  $b$  si  $O = (0, 0)$  es un punto de la curva  $y = ax + b + \operatorname{sen} x$ , cuya recta tangente en  $O = (0, 0)$  es el eje  $OX$  (1,8 puntos).
- Justificar que la función  $g(x) = -\frac{2}{\pi}x + \operatorname{sen} x$  se anula en dos puntos del intervalo  $[0, \pi]$  (0,5 puntos).
- Calcular esos dos puntos (0,5 puntos).

**PROBLEMA 4.**

Dos postes de  $3m$  y  $4m$  se hallan clavados verticalmente en el suelo. Sus bases distan  $5m$  y, en el segmento que las une, hay un punto  $P$  que dista  $x$  metros de la base del poste más bajo. El extremo superior de cada poste se une con  $P$  mediante un segmento rectilíneo de cable. Se pide:

- Obtener la expresión  $f(x)$  de la longitud total de cable utilizado en ambos segmentos (1,8 puntos).
- Demostrar que esa longitud total de cable es mínima cuando son iguales los valores absolutos de las pendientes de los dos segmentos considerados (1 punto). Calcular esa longitud mínima (0,5 puntos).



COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT  
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS  
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE Setembre 2006

CONVOCATORIA DE Septiembre 2006

MODALITAT DEL BACHILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia  
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

|                              |                                   |  |                         |
|------------------------------|-----------------------------------|--|-------------------------|
| 2n Exercici<br>2º. Ejercicio | MATEMÀTIQUES II<br>MATEMÁTICAS II | Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut<br>Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud | 90 minuts<br>90 minutos |
|------------------------------|-----------------------------------|--|-------------------------|

Barem: / Baremo: Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo se harán TRES de los problemas propuestos.

**CRITERIOS DE CORRECCIÓN / CRITERIS DE CORRECCIÓ**

SIEMPRE SE VALORARÁ EL PLANTEAMIENTO Y EL DESARROLLO. ESTOS CRITERIOS DE CORRECCIÓN CONTIENEN UNA PROPUESTA DE CALIFICACIÓN MÁXIMA Y LAS SOLUCIONES, QUE DEBEN COMPROBARSE POR EL CORRECTOR.

LA NOTA DE CADA EJERCICIO HA DE REDONDEARSE A LA DÉCIMA SUPERIOR. SU SUMA MÁS 0,1 ES LA CALIFICACIÓN.

**EJERCICIO A. CRITERIOS DE CORRECCIÓN.**

**PROBLEMA 1.**

- a) Por calcular que el sistema sólo admite la solución  $(0,0,0)$  si  $0 \neq \lambda \neq -3$  **hasta 1 punto**.  
 b) Por obtener que si  $\lambda = 0$  las soluciones vienen dadas por  $y = -3x$ ,  $z = -5x$ , o equivalente **(0,9 puntos)**; por obtener que si  $\lambda = -3$  las soluciones vienen dadas por  $x + y = z$  **hasta 0,9 puntos**.  
 c) Por explicar que para  $\lambda = -3$  cada una de las tres ecuaciones es el mismo plano  $(x + y = z)$ , lo que también se deduce de las soluciones obtenidas en el apartado anterior, **hasta 0,5 puntos**.

**PROBLEMA 2.**

- a) Por calcular la ecuación paramétrica de  $r \{(x, y, z) = (12 - \lambda, 7 - 2\lambda, 1 + 2\lambda)\}$  **hasta 0,8 puntos**, y por la de  $s \{(x, y, z) = (1 + \lambda, 3 - 4\lambda, -4 + \lambda)\}$  **hasta 0,3 puntos**.  
 b) Por justificar que se cruzan (los vectores, direccional de  $r$ , direccional de  $s$  y un vector de extremos  $P$  y  $Q$ , con  $P$  en  $r$  y  $Q$  perteneciente a  $s$ , no son coplanarios) **hasta 0,8 puntos**.  
 c) Por calcular que  $(2, 1, 2)$  es un vector direccional de la recta  $t$  perpendicular común **(0,4 puntos)**. Por el planteamiento y el cálculo de  $P = (2, -1, -3)$  **hasta 1 punto**.

**PROBLEMA 3.**

- a) Por el cálculo del máximo absoluto  $(-1, 10)$  **hasta 1 punto**.  
 b) Por la obtención del punto de corte,  $(-2, 6)$  **hasta 1 punto**.  
 c) Por el planteamiento y cálculo del área del recinto **hasta 1,3 puntos**.  $(\left| \int_{-3}^{-2} (f - g) dx \right| + \left| \int_{-2}^0 (f - g) dx \right|)$  da el área pedida, que vale  $81/4$  u.a.).

**PROBLEMA 4.**

- a) Por la obtención del área quemada  $(3,24\pi t^2)$  **hasta 1,3 puntos**.  
 b) Por el cálculo de la velocidad de crecimiento del área quemada  $(6,48\pi t)$  cuando  $45 = 1,8t$ , que da  $2\delta(45)(1,8) \text{ m}^2/\text{min} = 508,938 \text{ m}^2/\text{min}$ , de **0 a 2 puntos**.



COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT  
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS  
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE Setembre 2006

CONVOCATORIA DE Septiembre 2006

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):  
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia  
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

|  |                                   |  |                         |
|--|-----------------------------------|--|-------------------------|
| 2n Exercici<br>2º. Ejercicio   | MATEMÀTIQUES II<br>MATEMÁTICAS II | Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut<br>Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud | 90 minuts<br>90 minutos |
| Barem: / Baremo: Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo se harán TRES de los problemas propuestos.   |                                   |  |                         |
| <b>CRITERIOS DE CORRECCIÓN / CRITERIOS DE CORRECCIÓN</b>   |                                   |  |                         |
| SIEMPRE SE VALORARÁ EL PLANTEAMIENTO Y EL DESARROLLO. ESTOS CRITERIOS DE CORRECCIÓN CONTIENEN UNA PROPUESTA DE CALIFICACIÓN MÁXIMA Y LAS SOLUCIONES, QUE DEBEN COMPROBARSE POR EL CORRECTOR. |                                   |  |                         |
| LA NOTA DE CADA EJERCICIO HA DE REDONDEARSE A LA DÉCIMA SUPERIOR. SU SUMA MÁS 0,1 ES LA CALIFICACIÓN.  |                                   |  |                         |

### EJERCICIO B. CRITERIOS DE CORRECCIÓN.

#### PROBLEMA 1.

a) Por calcular que el determinante de  $A^3$  es -1 hasta 0,5 puntos. Por el cálculo de

$$(A^3)^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -4 & -2 \\ 6 & 7 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ hasta 1 punto.}$$

b) Por el cálculo de  $X = (5, 6, 2)$  hasta 1,3 puntos.

c) Por la obtención y  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  hasta 0,5 puntos..

#### PROBLEMA 2.

a) Por el cálculo de la ecuación paramétrica de  $r \{(x, y, z) = (12 - \bar{e}, 3, \bar{e})\}$  hasta 0,6 puntos. Por el cálculo de la ecuación implícita de  $\delta \{x + 2y - 2z = 9\}$  hasta 0,4 puntos.

b) Por el cálculo de  $P = (9, 3, 3)$  hasta 0,8 puntos y por el de  $\acute{a} = \delta/4$  hasta 0,5 puntos.

c) Por el planteamiento de la obtención de los puntos M y N hasta 0,6 puntos. Por el cálculo de que M y N son los puntos  $(12, 3, 0)$  y  $(6, 3, 6)$ , hasta 0,4 puntos.

#### PROBLEMA 3.

a) Por la obtención de la derivada  $f'(x) = a + \cos x$  hasta 0,5 puntos, y por el cálculo de que  $a = -1$  y  $b = 0$  hasta 1,8 puntos.

b) Por la justificación hasta 0,5 puntos.

c) Por la obtención de que los ceros son  $x = 0$  y  $x = \pi/2$  hasta 0,5 puntos.

#### PROBLEMA 4.

a) Por la obtención de  $f(x) = \sqrt{9 + x^2} + \sqrt{16 + (5 - x)^2}$  hasta 1,8 puntos.

b) Por la demostración pedida (consecuencia de que  $f'(x) = 0$  cuando  $\frac{x}{\sqrt{9 + x^2}} = \frac{5 - x}{\sqrt{16 + (5 - x)^2}}$ ) hasta 1 punto. Por el cálculo de la longitud mínima  $(8,6023 \text{ m} = f(15/7))$  hasta 0,5 puntos.