



5 | 1. Justificació

9 | 2. Les matemàtiques en l'Educació Primària

Les matemàtiques en l'escola

Concepció de l'àrea

Aprenentatge, competències i currículum

La competència matemàtica i la pràctica docent

Trets distintius en les aules que potencien el desenvolupament de la competència matemàtica

La resolució de problemes en el currículum de l'Educació Primària

Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge en la resolució de problemes

Què implica resoldre un problema

Com podem ensenyar a resoldre problemes

Proposta de reflexió docent

43 | 3. Criteris metodològics i consells pràctics

45 | 4. Referències bibliogràfiques

1. Justificació

Els xiquets menuts tenen curiositat natural i desig de donar sentit al seu món. En les primeres experiències es troben amb gran varietat de situacions en què hi ha quantitats involucrades. Quan comencen a anar al col·legi, la majoria dels xiquets han començat a aprendre a comptar i demostren una marcada intuïció en la forma d'usar les seues emergents destreses sobre comptes per a resoldre problemes.

"Només quan construïxes des de l'interior és quan realment comprens alguna cosa. Si els xiquets no construïxen des de dins i només tractes d'explicar-los les coses, no hi haurà aprenentatge. És només repetició i no hi ha verdadera comprensió", ens diu Maria Parra, mestra de segon d'Educació Primària.

Lorena, de quatre anys, compartix dotze caramels amb tres amics i els distribuïx un per un a cada un. Francesc, que acaba de començar primer de Primària, resol el problema següent per mitjà de modelització: utilitza furgadents per a representar els dolços. "Hi ha set bombons en esta caixa, quants bombons quedaran si te'n menges tres?". Francesc



Les primeres experiències del xiquet *condicionen* fortament la seua actitud davant de les matemàtiques.

agafa set furgadents i els compta (cada furgadent representa un bombó), n'aparta tres i, per a trobar la resposta, compta els furgadents que queden. Encara que ni a Lorena ni a Francesc se'ls ha ensenyat res sobre la divisió o la resta, mostren una comprensió bàsica de les situacions que hi subjauen, que pot servir-los de fonament per a aprendre a sumar, restar, multiplicar i dividir.

Fins fa poc, no hem sabut clarament com comprenen els xiquets menuts les idees matemàtiques bàsiques, i l'ensenyança inicial d'estes no ha aconseguit capitalitzar la riquesa del seu coneixement informal. Com a conseqüència, les matemàtiques que hem intentat ensenyar en l'escola han estat sovint desconnectades de la manera que els xiquets tenen de pensar els problemes i de resoldre'ls en la vida diària.

El raonament matemàtic que s'ha de treballar en l'Educació Primària és, al mateix temps, deductiu, inductiu i creatiu.

Si volem donar al nostre alumnat l'oportunitat de construir la seua comprensió des de dins, necessitem entendre com pensen ells les matemàtiques, com desenrotllen els conceptes i destreses en els primers cursos.

Per això, estes orientacions naixen amb la intenció de servir de guia per a millorar la pràctica docent en un aspecte central del procés d'ensenyança/aprenentatge de les matemàtiques en l'escola: la resolució de problemes.

"Els processos de resolució de problemes constitueixen un dels eixos principals de l'activitat matemàtica, i han de ser font i suport principal de l'aprenentatge matemàtic al llarg de l'etapa, ja que constitueixen la pedra angular de l'educació matemàtica. En la resolució d'un problema es requereixen i s'utilitzen moltes de les capacitats bàsiques: llegir comprensivament, reflexionar, establir un pla de treball que es revise durant la resolució,

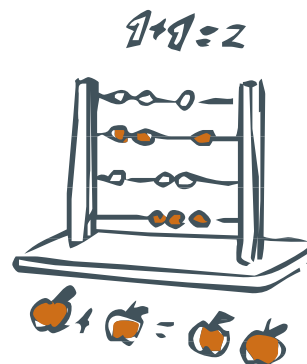
modificar el pla si és necessari, comprovar la solució si s'ha trobat, fins que s'arriben a comunicar els resultats.”¹

Cal indicar també que, encara que estes orientacions estan especialment dirigides al professorat de primer cicle d'Educació Primària, és evident que poden servir també com a element referencial per als docents d'Educació Infantil i de la resta de cicles educatius que conformen en l'actualitat l'ensenyança primària.

Així doncs, la intencionalitat que es desprén al llarg de les pàgines següents és mostrar unes ferramentes senzilles, amb exemplificacions, perquè els professionals de l'educació tinguen a l'abast recursos i idees a fi de facilitar a l'alumnat l'èxit de la competència matemàtica requerida d'acord al nivell educatiu en què està escolaritzat, i tot això per mitjà de la resolució de problemes contextualitzats.

També hem d'assenyalar que s'han reduït al mínim imprescindible les reflexions de tipus teòric i que, per a pal·liar esta carència intencionada, al final d'este document s'oferix bibliografia bàsica sobre el tema que ens ocupa, així com un llistat d'adreces d'internet on el professorat pot trobar materials i activitats virtuals.

Cal ressaltar també l'evidència de la importància que se suposa que té la resolució de problemes en l'ensenyança de les matemàtiques com una qüestió gens nova i sempre



Si utilitzem les paraules d'un gran professor i matemàtic, considerem que l'ensenyança basada en la resolució de problemes posa l'èmfasi en els processos de pensament, en els processos d'aprenentatge. Al mateix temps, pren els continguts matemàtics com a camp d'operacions privilegiat per a la tasca d'assolir formes de pensament eficaç (Guzmán, 1995).

¹ Decret 111/2007, de 20 de juliol, del Consell, pel qual s'estableix el currículum de l'Educació Primària en la Comunitat Valenciana (DOCV núm. 5562, de 24 de juliol de 2007).

La resolució de problemes en el primer cicle de Primària

De la mateixa manera, ensenyar matemàtiques ha de ser equivalent a ensenyar a resoldre problemes. Estudiar matemàtiques no ha de ser una altra cosa que pensar en la resolució de problemes (Santalo, 1997).

d'actualitat permanent. D'esta manera, i d'acord amb les directrius de l'Informe Cockroft (1985), la resolució de problemes és consubstancial a les matemàtiques. Estes només són útils en la mesura que puguen aplicar-se a una situació concreta; i precisament l'aplicació a les diverses situacions possibles és la que es denomina *resolució de problemes*.

2. Les matemàtiques en l'Educació Primària

Les matemàtiques en l'escola

Històricament, les matemàtiques van sorgir a partir de la necessitat de comptar i classificar, i es van organitzar com a ciència formal de l'espai i de la quantitat. El fet que *formen part dels continguts escolars obligatoris de tots els sistemes educatius* dóna a entendre la seua importància social i acadèmica per a garantir a tots els ciutadans la comprensió de la realitat que els rodeja. Per això, que cal considerar la separació entre les matemàtiques com a disciplina científica i les matemàtiques escolars, amb un paper concret dins del sistema educatiu i determinat pel seu caràcter.

La idea tradicional de les matemàtiques com a ciència purament deductiva, idea certament vàlida per al coneixement matemàtic com a producte desenrotllat i ja elaborat, ignora el procés inductiu i de construcció a través del qual ha arribat a consolidar-se històricament eixe coneixement.

Cal destacar l'especial transcendència que té el procés, tant històric com personal, de construcció empírica i inductiva, i no sols formal o deductiva, **per a l'educació en les matemàtiques.**



Les matemàtiques són un llenguatge, però un llenguatge que porta intrínsec una manera de pensar.

La resolució de problemes en el primer cicle de Primària

És convenient destacar que en el desenvolupament de l'aprenentatge matemàtic en el xiquet, l'experiència i la inducció han de tindre un paper primordial, d'acord amb la idea que els coneixements formals es construeixen a través de l'experiència i la contrastació inductiva amb la realitat.

No cal perdre de vista, no obstant això, l'estructura formal de les matemàtiques, les qualitats de concisió, precisió i rigor en el llenguatge, i considerar que la formalització i l'estructuració del coneixement matemàtic com a sistema deductiu no ha de ser el punt de partida, sinó millor el punt d'arribada del llarg procés d'aproximació a la realitat.

Les matemàtiques proporcionen un llenguatge precís, un important mitjà de comunicació concís i sense ambigüitats.

En este aspecte la matemàtica té un paper primordial com a instrument, ja que, en certa manera, és la gran organitzadora cultural que la societat de hui en dia utilitza de manera àmplia i profunda. Les seues aplicacions afecten pràcticament tots els camps del saber (les matemàtiques són necessàries per a aprendre altres matèries, al mateix temps que per a continuar l'aprenentatge), són l'avantguarda de les tecnologies antigues i modernes que s'han desenvolupat i el seu ús afecta la mateixa organització de la societat.

D'altra banda, en algunes propostes curriculars, i inclús en estudis d'àmplia influència respecte al desenvolupament d'estes, com el conegut Informe Cockcroft (1985), s'accentua el paper de la matemàtica com a llenguatge, però un llenguatge que comporta una manera de pensar, de simbolitzar, d'abstractar, d'explicar... Són habilitats que tenen a veure amb el desenvolupament intel·lectual de les persones i, precisament per això, *les matemàtiques* han de representar per al nostre alumnat la possibilitat de posar en pràctica les estratègies de pensament, al mateix temps que s'adquireixen

sabers —conceptes, procediments, simbologia— que s’han revelat útils al llarg dels segles i que hui formen part del cos de l’àrea.

Esta visió de la *matemàtica escolar* està en concordança amb l’objectiu general, perseguit per l’educació, d’ajudar les joves generacions a adaptar-se al medi en què han de viure. Hem d’acceptar que este medi, en una societat tecnològicament avançada com la nostra, és complex i està en canvi continu. S’haurà d’ajustar l’acció educativa a les necessitats futures de les joves generacions i als instruments, als mitjans culturals que la societat utilitza en cada moment. Qui es recorda ara d’escriure a màquina? Quants de nosaltres fem càlculs més o menys llargs sense calculadora?

Aplicar la idea de competència en el currículum escolar implica una voluntat d’iniciar des de l’escola el desenrotllament d’habilitats complexes que seran necessàries per a l’adaptació posterior de l’individu a un ambient que canvia, que requereix instruments intel·lectuals flexibles i adequats per a ajustar-se a les transformacions per a l’adquisició de nous coneixements.

Concepció de l’àrea

La concepció de les matemàtiques que s’ha tingut al llarg de la història no ha sigut sempre la mateixa. I és esta concepció inconscient la que determina com creiem que cal ensenyar-les.

Així, una visió descriptiva i formal ens obliga a ressaltar els aspectes sintàctics del llenguatge formal de les matemàtiques i a mostrar-les com un conjunt de coneixements elaborats i organitzats.

Les matemàtiques no envellixen amb el pas del temps, sinó que contribueixen a una maduresa competencial sòlida i duradora.



La resolució de problemes en el primer cicle de Primària

Hem de tindre en compte que situacions problemàtiques reals, que són significatives per als adults, poden no tindre significat per als alumnes.

Al contrari, una visió constructiva i substancial li donarà més importància a la construcció dels conceptes matemàtics per la persona que aprén i a la comprensió del significat dels símbols que s'utilitzen en el context d'abstracció.

En altres etapes històriques ha predominat més un caràcter descriptiu i formal que constructiu i significatiu. Hem abandonat la idea tradicional de les matemàtiques com un llenguatge organitzat en un sistema d'estructures abstractes, que afavorix un aprenentatge més sintàctic de les normes i regles que el regixen, i avancem en la idea que les matemàtiques són un mitjà per a comunicar-se, constituïdes per un ampli conjunt de models i procediments d'anàlisi, càlcul, mesura i estimació, que es referixen a relacions necessàries entre diferents aspectes de la realitat.

"S'entenen així les matemàtiques com un conjunt d'idees i formes d'actuar que comporten no sols utilitzar quantitats i formes geomètriques, sinó, i sobretot, fer-se preguntes, obtindre models i identificar relacions i estructures, de manera que, a l'analitzar els fenòmens i les situacions que es presenten en la realitat, es puguem obtindre informacions i conclusions que inicialment no eren explícites. Concebudes d'esta manera, les matemàtiques incorporen les característiques que els han assignat tradicionalment i que s'identifiquen amb la deducció, la precisió, el rigor, la seguretat, etc., però són i aporten molt més del que es dedueix d'estos termes. També són inducció, estimació, aproximació, probabilitat i temptativa, i milloren la capacitat d'enfrontar-se a situacions obertes, sense una solució única i tancada".²

² Decret 111/2007, de 20 de juliol, del Consell, pel qual s'estableix el currículum de l'Educació Primària en la Comunitat Valenciana (DOCV núm. 5562, de 24 de juliol de 2007).

De tot el que s'ha exposat abans podem deduir certs principis que ens han d'orientar en l'ensenyança i l'aprenentatge de les matemàtiques, així com certes implicacions didàctiques que ens ajuden a posar-los en pràctica:

- Les matemàtiques han de ser presentades als alumnes com un conjunt de coneixements i procediments que ha evolucionat i que continuarà l'evolució en el futur. Han de quedar ressaltats els aspectes inductius i constructius del coneixement matemàtic, i no sols els aspectes deductius de l'organització formalitzada, que la caracteritza com a producte final. En l'aprenentatge dels alumnes cal reforçar l'ús del raonament empíric i inductiu en paral·lel amb l'ús del raonament deductiu i de l'abstracció.
- S'han de relacionar els continguts de l'aprenentatge de les matemàtiques amb l'experiència quotidiana dels alumnes, així com presentar-los en un context de resolució de problemes.
- L'ensenyança i l'aprenentatge de les matemàtiques han d'atendre equilibradament als distints objectius educatius, com són: l'establiment de destreses o estratègies generals (generalitzar, particularitzar, abstraure, codificar, comprovar solucions...), la seua aplicació funcional, que possibilita que els alumnes valoren i apliquen els seus coneixements fora de l'àmbit escolar en situacions de la vida quotidiana; i el seu valor instrumental, que creix a mesura que l'alumne progressa cap a trams superiors de l'educació.

Les matemàtiques intenten quantificar, de la manera més exacta possible, aspectes de la realitat.

El punt de partida del procés de construcció del coneixement matemàtic ha de ser l'experiència pràctica i quotidiana dels alumnes. Es tracta d'experiències senzilles, com l'organització de l'espai i l'orientació dins d'este (a casa, en el col·legi, en el

La resolució de problemes en el primer cicle de Primària

L'orientació de l'ensenyança i de l'aprenentatge en esta etapa se situa al llarg d'un continu que va de l'estrictament manipulatiu, pràctic i concret fins a allò essencialment simbòlic, abstracte i formal.

barri, en el poble...), els cicles i les rutines temporals (dies de la setmana, hores de menjar...), les operacions de mesura que realitzem els adults (comptar, pesar...), l'ús dels diners en les compres quotidianes o la classificació d'objectes d'acord amb determinades propietats.

Inicialment, les experiències matemàtiques seran de naturalesa essencialment intuïtiva i vinculades a la manipulació d'objectes concrets i a l'actuació en situacions particulars.

Aprenentatge, competències i currículum

El terme *competència en educació* apunta a l'ús eficaç d'un conjunt de coneixements i habilitats que l'alumne ha adquirit i posa en pràctica de manera efectiva per a resoldre un problema o una situació determinada. Podem dir que es tracta d'una capacitat que ha d'incloure coneixements i destreses de tipologia diferent (coneixements disciplinaris, habilitats intel·lectuals, valors, trets de personalitat...) que l'alumnat ha de saber triar, combinar i posar en pràctica davant d'una situació complexa.

Pensar en l'àmbit de l'Educació Primària sota el perfil de competència implica preocupar-se pel desenrotllament d'habilitats intel·lectuals en els alumnes, al mateix temps que es pretén que adquirisquen comprensivament certs conceptes i procediments de l'àrea per a saber-los utilitzar adequadament en situacions pràctiques.

Desenrotllar el pensament matemàtic implica perfeccionar un pensament àgil i flexible amb facilitat, per a relacionar, anticipar, comparar, seqüenciar, raonar, estimar, valorar, etc.

La psicologia cognitiva ens parla de l'acció com a motor del pensament, de les capacitats lògiques dels alumnes en edat escolar i de les habilitats psicològiques necessàries. Les investigacions en educació matemàtica aporten nombroses dades sobre *l'aprenentatge significatiu* i sobre els continguts de l'àrea i recomanacions de pràctiques pedagògiques adequades. I la política educativa, naturalment preocupada per a oferir al ciutadà allò que es considera necessari per a integrar-se socialment i progressar, posa metes cada vegada més exigents i complexes.

En esta línia, molts programes dels països avançats (entre ells el nostre) definixen els objectius escolars en termes de capacitats. Indiscutiblement, fixar objectius en termes de capacitats és acceptar responsabilitats en el desenvolupament cognitiu dels alumnes. Els xiquets i joves de hui en dia, immersos en un mitjà cultural molt ric, reben informació de fonts molt diverses, però l'escola ha d'encarregar-se d'ajudar a triar, a decidir, a discernir entre el verdaderament important i el que no ho és, a vetlar per l'adquisició d'estratègies i habilitats necessàries per a la vida en una societat complexa. Són estes necessitats les que, en el moment actual, ens permeten parlar de desenvolupament de competències i no conformar-nos amb l'adquisició de certs coneixements que, a pesar de ser necessaris, són valorats com a insuficients³.

La necessitat d'atendre tot l'alumnat, de procurar que cada un desenvolupar al màxim les potencialitats, no ha de fer-nos esperar uniformitat en els resultats, sinó l'assimilació per part de tot l'alumnat d'uns mínims preventius del que es considera

L'elaboració de nous conceptes es realitza sobretot per mitjà del raonament axiomatico-deductiu i l'empírico-inductiu, per mitjà d'una nova relació entre conceptes, una nova interpretació de resultats anteriors o un nou desafiament de la realitat.

L'alumne, *per a consolidar el seu pensament*, ha de desenvolupar estratègies de raonament matemàtic.

³ Cockcroft, V.H. (1985): *Las matemáticas sí cuentan*, MEC, Madrid.

més bàsic per a la vida personal, per a la vida en societat, per a la pràctica professional i per a continuar l'aprenentatge.

Lògicament, si hem de treballar en una perspectiva competencial, hem d'acceptar una visió de desenrotllament continuat de la competència. Els diferents graus poden representar diferents moments en un mateix alumne o, en un mateix moment, *el plànol* dels diferents alumnes de la classe.

L'avaluació de competències ha d'aportar-nos informació sobre la capacitat dels alumnes respecte a l'ús dels seus coneixements, així com de les motivacions que posseïxen, per a poder ajustar així l'acció docent a cada realitat.

Si acceptem que l'àrea de matemàtiques comporta un fort component de raonament lògic, la mesura de la competència matemàtica també és, en un cert sentit, la de la capacitat lògica de l'alumnat, una lògica elemental que no exigeix un fort rigor en els raonaments, ja que en estes edats hem d'ajudar-los a crear intuïcions de rigor al mateix temps que ajudar-se d'estes en molts casos.

La competència matemàtica i la pràctica docent

La matemàtica escolar és un àmbit privilegiat d'ajuda al desenrotllament d'una part del pensament dels alumnes, sempre que es treballa d'una manera didàctica apropiada l'adquisició de coneixements essencials de l'àrea.

Es necessita una integració progressiva dels instruments conceptuals en el desenrotllament de la pràctica docent.

La pràctica pedagògica basada en competències és una pràctica exigent. Una *pràctica exigent per a l'alumnat* perquè este ha d'implicar-se en l'aprenentatge, ha d'adquirir autonomia, ha de fer ús d'habilitats diferents. També una

pràctica exigent per al docent, que necessita adaptar materials, crear situacions pròximes a l'ambient que viuen els alumnes i al mateix temps que siguin útils més enllà de la mera pràctica escolar tradicional.

Vegem un clar exemple d'allò que afirmem si considerem la relació que existix entre el concepte de "matemàtiques escolars i arribar a ser matemàticament competent"⁴.

Dotar de sentit l'expressió *ser matemàticament competent* està relacionat amb els fins de l'educació matemàtica de qualsevol etapa educativa i, per tant, contextualitzat en un moment en el temps. El currículum de matemàtiques expressa en termes de capacitats les finalitats de la formació matemàtica. Moltes vegades la noció de competència es vincula a un component pràctic de *ser capaç de fer* i saber quan, com i per què utilitzar determinats instruments i coneixements. En este sentit, per exemple, ser competent es referix a:

- Resoldre els problemes d'una manera econòmica, fiable, ràpida, generalment o conceptualment més elaborada. Per exemple, la situació "Quants diners necessita una iaia per a donar 15 euros a cada un dels 7 néts?" pot resoldre's

La competència en la resolució de problemes ha de ser un repte, *en tota l'escolaritat obligatòria*, com a principi i finalitat.

⁴ Procedix de S. Llinares (2003): "Matemáticas escolares y competencia matemática". En C. Chamorro (coord.), *Didáctica de las matemáticas* (pp. 3-30). Madrid: Pearson-Prentice Hall, i Entrada: "Competencia Matemática". En F. Salvador et al. (eds.) (2004): *Diccionario Enciclopédico de la Didáctica*. Vol. I, pp. 178-179. Màlaga: Aljibe.
Vergnaud, G. (2001): "Problemas aditivos y multiplicativos". En Chamorro (coord.) *Dificultades del aprendizaje de las Matemáticas* (pp. 191-193). Madrid: Ministeri d'Educació, Cultura i Esport.

amb una addició o amb una multiplicació. El procediment de la multiplicació és el més potent i econòmic. Per tant, segons este criteri aquells alumnes que utilitzen la multiplicació seran els més competents.

- Disposar d'una varietat de mitjans alternatius per a resoldre els problemes d'una mateixa categoria, de manera que es pot triar el mètode millor adaptat en funció dels valors que prenen certs paràmetres de la situació.

Per exemple, els alumnes, per a resoldre les situacions problemàtiques següents,

- 3 cotxes en miniatura costen 63 euros, quant costen 7?
- 3 cotxes en miniatura costen 63 euros, quant costen 12?
- 3 cotxes en miniatura costen 63 euros, quant costen 33?

podrien utilitzar dos mètodes diferents:

- Calcular el preu d'un cotxe i després multiplicar-lo pel nombre de cotxes comprats. Si considerem les relacions que hi ha entre el nombre de cotxes del qual coneixem el preu i el nombre de cotxes comprats, podem establir, per exemple, la relació que hi ha entre 12 i 3, és a dir, $12=3 \times 4$, llavors el preu de 12 cotxes és igual a $63 \times 4=252$.
- O bé calcular la relació existent entre 33 i 3, és a dir, $33=30+3=(3 \times 10)+3$, llavors el preu de 33 cotxes és igual a $630+63=693$.

En este context de coses, i des de la perspectiva de l'ensenyança, és necessari especificar diferents dimensions que puguen ajudar a caracteritzar el terme *ser matemàticament competent*. El mestre ha d'organitzar i planificar el contingut matemàtic per a ensenyar-lo amb uns objectius en ment, i considerar les possibles estratègies que poden usar els alumnes, a més ha d'interpretar les produccions dels alumnes des de les quals puga realitzar inferències sobre l'aprenentatge aconseguit. És a dir, és necessari comptar amb el coneixement matemàtic i les característiques de l'aprenentatge de les matemàtiques.

Així, en la planificació de l'ensenyança, en la gestió de les interaccions amb els alumnes i en la interpretació i l'anàlisi de les produccions, el mestre ha de ser explícit en el que considerarà competència matemàtica dels seus alumnes. Per a fer esta tasca identificarem *diferents dimensions* del que significa ser *matemàticament competent*.

D.1. Comprensió conceptual

Una dimensió de la competència matemàtica de l'alumne és la comprensió conceptual que este pot desenvolupar, que depén de com representa mentalment, com relaciona les diferents parts del contingut matemàtic i l'usa en la resolució de problemes. Una exigència consistix a escollir, entre els diferents procediments, aquells que poden relacionar conceptes i ferramentes de resolució.

D.2. Desenvolupament de destreses procedimentals

El desenvolupament de les destreses procedimentals es referix a conèixer els procediments matemàtics, saber com i quan usar-los apropiadament, i ser flexible davant de la possibilitat d'adaptar-los a les diferents tasques proposades. En certa

Per al primer enunciat el primer procediment és el més econòmic. Per al segon i tercer enunciat el procediment més econòmic és el segon.

La comprensió de cada un dels conceptes ha de considerar-se com el camí cap al "coneixement útil".

manera, el desenrotllament de les destreses procedimentals ha d'estar vinculat a la comprensió conceptual dels conceptes que fonamenten els procediments.

La comprensió conceptual comporta que l'aplicació dels procediments siga més flexible i, inclús, ajuda a utilitzar-los com a instruments de resolució de les tasques matemàtiques. Una característica a considerar en la relació entre el desenrotllament de la comprensió conceptual i el de les destreses procedimentals és que, quan els alumnes no tenen una comprensió conceptual dels algoritmes, han de memoritzar els passos i necessiten molta pràctica. Si els alumnes comprenen és més difícil que obliden algun pas o poden ser més flexibles a l'hora d'aplicar els algoritmes en situacions distintes. Però no cal oblidar que, si un alumne memoritza els passos d'un algoritme sense comprendre'l però arriba a manejar-lo eficaçment, després resulta molt difícil introduir la necessitat de comprendre per què funciona.

D.3. Comunicar, explicar i argumentar matemàticament

L'habilitat d'explicar i justificar els processos i els resultats de les tasques es basa en la capacitat d'establir relacions entre les nocions i els processos matemàtics. Esta capacitat es produïx al llarg de tota l'etapa educativa i es basa en les oportunitats que el professor proporcione regularment perquè els alumnes puguen parlar dels conceptes i dels procediments que han utilitzat, i oferisquen raons de per què han fet el que han fet.

La capacitat de comunicar, explicar i argumentar matemàticament significa que els estudiants han d'arribar a ser capaços de proporcionar suficients raons perquè els companys i el professor puguen intuir *per què s'ha fet el que s'ha fet*. Entès d'esta manera, el desenrotllament de les capacitats de

comunicar i explicar matemàticament és un aspecte clau de la competència matemàtica dels alumnes, ja que ajuda a desenvolupar la comprensió conceptual perquè és un context en què s'establixen relacions entre conceptes i processos, al mateix temps que desenvolupa les destreses procedimentals per ser un context que afavoreix l'aclariment i la justificació dels processos emprats.

En este sentit, els estudiants que desenvolupen els seus procediments de resolució de problemes, més que imitar el procediment del llibre text, han de reflexionar sobre els significats implicats, ja que compartir el treball implica més que només mostrar el procediment seguit, implica explicar i justificar. En este sentit, la comunicació és necessària per a construir competència matemàtica.

D.4. Pensament estratègic: capacitat de formular, representar i resoldre problemes

Les dimensions anteriors es manifesten en l'habilitat dels estudiants de plantejar, representar i resoldre problemes. Per a formular un problema els alumnes han de ser capaços d'identificar allò que pot ser rellevant i d'establir relacions, de manera que un aspecte de la competència matemàtica es fa patent quan els alumnes poden *identificar estructures generals en situacions diferents*. La capacitat de plantejar-se problemes nous, representar-los mentalment i resoldre'ls implica superar els aspectes particulars de la situació.

D.5. Desenvolupament d'actituds positives cap a la capacitat matemàtica. Confiança matemàtica en un mateix

El desenvolupament d'actituds positives cap a les matemàtiques es relaciona amb el fet de veure's capaç de resoldre tasques

Hem de dissenyar iniciatives que afavoreixen el coneixement comprensiu per a dotar d'utilitat el pensament creatiu.



La resolució de problemes matemàtics, per mitjà de mètodes i estratègies útils, és una tasca privilegiada que ens facilitarà superar amb èxit problemes.

Mentres es resol un problema matemàtic es produïxen i es practiquen destreses i processos cognitius generals.

matemàtiques i d'aprendre al mateix temps que considerem el contingut matemàtic útil i amb sentit.

Desenrotllar esta disposició positiva cap a les matemàtiques i el seu aprenentatge requereix que els alumnes tinguen oportunitats de *dotar de sentit el contingut matemàtic* i d'aportar al procés matemàtic un significat.

La valoració de les aportacions dels alumnes ha de fer-se des del que realment s'aporta al procés d'establir connexions o de comunicar. Entés d'esta manera, el desenrotllament d'actituds positives està vinculat al tipus de tasques matemàtiques que se'ls demana. Díficilment un alumne podrà desenrotllar actituds positives cap a la seua capacitat matemàtica si l'únic tipus de tasques que el professor presenta són d'algoritmes. La possibilitat de resoldre problemes amb diferents nivells d'exigència matemàtica, junt amb l'estructura d'interacció que un professor consteuix en l'aula són, per tant, elements importants en el desenrotllament de les actituds.

En la descripció de les dimensions del que *significava arribar a ser matemàticament competent* s'han desgranat algunes característiques essencials:

- Les diferents dimensions s'han de desenrotllar al mateix temps, ja que estan entrelaçades.
- Arribar a ser competent matemàticament és un procés llarg que dura tota la vida escolar.
- La competència matemàtica no és un assumpte de tot o res.

D'ací que el docent ha de ser conscient d'estes característiques a l'hora d'*identificar les tasques* a ser emprades, plantejar-se com *seran utilitzades en classe i com arribar a interpretar les produccions dels alumnes* en cada moment.

Trets distintius de les aules que potencien el desenrotllament de la *competència matemàtica*⁵

En el procés d'ensenyança i aprenentatge podem distingir distintes característiques que contribuïxen a potenciar la competència matemàtica. Estan relacionades perquè el procés d'ensenyança i aprenentatge és un sistema en què és difícil canviar un element sense alterar-ne els altres.

En el procés d'ensenyança i aprenentatge podem distingir cinc elements que ajuden a desenrotllar la competència matemàtica.

- 1) *La naturalesa de les tasques de classe*: si volem proporcionar als estudiants l'oportunitat de reflexionar i comunicar les idees, cal proposar-los problemes autèntics que es resolguen sense necessitat de tindre un algoritme o un mètode prèviament establert que els conduïska directament a la solució, sinó que els estudiants han d'*explorar, analitzar i buscar estratègies* de resolució.

La resolució de problemes és el cor de les matemàtiques.

La tasca que els assenyale el professor ha de reunir les característiques següents: ser problemàtica per als estudiants, és a dir, l'han de percebre interessant, que els

⁵ Hiebert, J. et al. (1997): *Making sense. Teaching and learning mathematics with understanding*. L. Peake (editor) Heinemann. Portsmouth, NH. PP 7-11

La resolució de problemes en el primer cicle de Primària

motive a investigar i que tinga sentit per a ells; que connecte amb els seus coneixements, és a dir, l'estudiant ha de ser capaç d'utilitzar els coneixements i habilitats per a començar a *desenrotllar noves estratègies* de resolució. També ha d'oferir-los l'oportunitat de comunicar als altres i reflexionar sobre les seues idees matemàtiques.

2) *El paper del professorat* consistix a seleccionar i proposar seqüències de problemes apropiades, compartir informació quan esta siga important per a abordar els problemes i facilitar un ambient de classe en què l'alumnat treballa individualment al mateix temps que en interacció amb altres, per a arribar a comentar, discutir i reflexionar sobre les respostes i mètodes. El professor ha d'establir un equilibri entre la informació que proporciona i el pensament autònom dels estudiants.

El grau de significació de la tasca proposada determina l'èxit en el procediment de desenrotllament i consecució d'esta.

3) *La cultura social de l'aula*: en una cultura social d'aula que motive els estudiants a considerar les tasques matemàtiques com a situacions reals, hi ha quatre elements: (a) les idees com a motor de la classe: les idees expressades per qualsevol participant tenen el potencial d'afavorir l'aprenentatge i, per tant, mereixen respecte i resposta; (b) l'autonomia dels estudiants: els estudiants han d'acceptar la possibilitat que cada un d'ells pot desenrotllar la seua estratègia de resolució; (c) els errors com a situacions d'aprenentatge: si es revisen els procediments i els raonaments que han donat origen als errors, s'aprofundix en el nivell d'anàlisi i se n'aprén; (d) l'autoritat de la raó: l'acceptació d'una explicació, d'un raonament o de la correcció d'una solució ha de fonamentar-se en un raonament matemàtic adequat i no en la popularitat de qui el presente.

- 4) *Els recursos matemàtics com a suport de l'aprenentatge*: els recursos matemàtics són molts més que el material amb suport físic, perquè inclouen també el llenguatge oral, escrit o qualsevol altra ferramenta que ajude els estudiants a pensar sobre la matemàtica. L'ús d'un recurs o un altre per a fer una activitat influeix en la manera de pensar en ella i, per tant, en el tipus de comprensió.
- 5) *L'equitat i l'accessibilitat*: cada estudiant té el dret de comprendre què fa en matemàtiques, de reflexionar i comunicar sobre estes. La comprensió no és privilegi d'uns pocs de més nivell, de més competència o de més base. Tots els estudiants poden millorar-ne la competència.

Les tasques proposades han de ser accessibles a tots els estudiants. El paper del professor i la cultura social de l'aula exigixen escoltar atentament què diu cada estudiant, i mostrar verdader interès per les idees expressades i el seu ús per a prendre decisions. D'esta manera es manifesta respecte per l'estudiant, al mateix temps que permet el professor i els companys conèixer-lo com a persona.

L'equitat significa, en part, que a cada estudiant se'l tracta com a persona i escoltar-los és una de les millores formes de posar-ho en pràctica. La noció d'equitat és una part integral d'un sistema d'instrucció en què un objectiu important és la comprensió de les matemàtiques per part de l'estudiant. Establir una cultura social adequada depén de la participació de cada estudiant com a membre d'una comunitat matemàtica. Una comunitat que funciona bé requereix la participació de tots els membres.

La comunitat compartix tasques i crea instruments que generen, al mateix temps, nous coneixements.

La resolució de problemes en el currículum de l'Educació Primària

La finalitat de l'Educació Primària està expressada en forma d'objectius generals per a tota l'etapa, que es concreten i particularitzen per a cada una de les àrees del currículum, i estan expressats en termes de capacitats. No obstant això, la introducció en l'estructura curricular de les competències bàsiques modifica substancialment la perspectiva del que es pretén obtenir en finalitzar l'etapa. Encara que estes competències s'han d'adquirir en finalitzar l'ensenyança bàsica, l'Educació Primària ha de contribuir a aconseguir-les a través de les distintes àrees en què s'organitza.

Esta nova perspectiva incidix en la planificació i en la pràctica dels continguts educatius, ja que hem de treballar per a aconseguir que els nostres alumnes assolisquen estes competències. Per això, el Projecte Tuning distingix entre *resultats de l'aprenentatge* i *competències*, amb l'objectiu de diferenciar els distints papers dels actors més importants: el cos docent i els estudiants.

Les *competències* representen una combinació dinàmica de coneixements, comprensió, habilitats i capacitats

Els resultats de l'aprenentatge són formulats pel personal acadèmic (professorat), tant pel que fa a la programació dels continguts objecte d'estudi com en termes de cursos. Qui assolix les competències és l'estudiant (alumnat). "El nivell de competències aconseguit per l'estudiant pot ser major o menor que el determinat pels resultats de l'aprenentatge", que al mateix temps s'expressa en una qualificació. Les competències no tenen relació amb una sola unitat, sinó que es desenrotllen al llarg del procés d'aprenentatge. Els resultats de l'aprenentatge són "formulacions del que l'estudiant ha de conèixer, comprendre o ser capaç de demostrar després de la finalització

del procés d'aprenentatge". Es tracta dels requisits mínims per a la promoció de curs, de cicle o d'etapa⁶.

Esta diferència conceptual ens ha de fer mirar més enllà del que són els resultats de l'aprenentatge, centrats en l'ensenyança a partir de la planificació del professor, per a tindre la perspectiva de la competència, allò que "la persona és capaç de fer si usa els seus coneixements i habilitats en una situació problemàtica pròxima a la realitat" i, per tant, se centra en l'aprenentatge de l'alumne.

La *competència matemàtica és una d'estes competències bàsiques* i s'ha d'entendre com "l'habilitat per a utilitzar i relacionar els números, les operacions bàsiques, els símbols i les formes d'expressió i raonament matemàtic, tant per a produir i interpretar distints tipus d'informació com per a ampliar el coneixement sobre aspectes quantitatius i espacials de la realitat, i per a resoldre problemes relacionats amb la vida quotidiana i amb el món laboral".

El mateix concepte de competència determina quin ha de ser l'èmfasi al llarg del procés d'ensenyança i aprenentatge i és, no sols la instrucció dels elements matemàtics bàsics, sinó *la capacitat de posar-los en pràctica en aquelles situacions reals o simulades de la vida quotidiana on siga necessari utilitzar-les*. Cal destacar la importància que es dóna a l'ús funcional de les matemàtiques, per damunt d'altres visions.

L'alumne és l'artesà que ha de construir els seus esquemes explicatius i funcionals per a continuar aprenent, per a comprendre el món en què viu i per a interactuar en situacions variades, això és, per a aconseguir un desenrotllament cognitiu competencial.

⁶ *Tuning Educational Structures in Europe. Programa Sócrates (1999) -* Tempus de la Direcció General d'Educació i Cultura de la Unió Europea.

La resolució de problemes en el primer cicle de Primària

Ser *matemàticament competent* implica ser capaç d'utilitzar els elements i els raonaments matemàtics en aquelles situacions en què fan falta. Per tant, la identificació d'estes situacions, l'aplicació d'estratègies de resolució de problemes i la selecció de les tècniques adequades per a calcular, representar i interpretar la realitat a partir de la informació disponible hi estan incloses. Esta capacitat d'utilitzar el coneixement de les matemàtiques en les situacions espontànies en què són necessàries té la font d'aprenentatge en un entorn de resolució de problemes.

Els processos de resolució de problemes constitueixen un dels eixos principals de l'activitat matemàtica i han de ser font i suport principal del seu aprenentatge al llarg de l'etapa. En la resolució d'un problema es requereixen i s'utilitzen moltes de les capacitats bàsiques: llegir comprensivament, reflexionar, establir un pla de treball que es revisa durant la resolució, modificar el pla si és necessari, comprovar la solució, si s'ha trobat, i tot això amb la finalitat d'arribar a la comunicació dels resultats.

La resolució de problemes actua com a eix vertebrador que recorre transversalment tots els blocs, per això s'inclou amb especial rellevància en cada un.

Una referència que ens pot servir com a model són les competències que es van tindre en compte a l'hora d'elaborar l'avaluació PISA en la prova de matemàtiques: pensar i raonar, argumentar, comunicar, construir models, formular i resoldre problemes, representar, utilitzar operacions i un llenguatge simbòlic, formal i tècnic, utilitzar suports i ferramentes.

La planificació educativa a través d'objectius implica determinar a quina meta volem arribar amb els alumnes al final de l'etapa. La necessitat d'objectius en planificar la instrucció va ser compendiada per Mager (1977) quan afirmava que, si no s'està segur d'on es va, pot ser que s'acabe en algun altre lloc o que ni tan sols se sàpia on s'ha arribat.

Expressats en termes de capacitats —de tipus cognoscitiu, afectiu, motor, de relació interpersonal i d'inserció i actuació sociocultural— es tracta de determinar la meta cap a la qual cal dirigir els esforços de l'activitat en l'escola. A partir de la seua definició, els continguts seran els mitjans per a aconseguir-los.

Vegem, a manera de conclusió, quins són "els objectius per a l'ensenyança de les matemàtiques en l'Educació Primària", en funció de la seua contribució al desenrotllament de les capacitats següents⁷:

1. *Utilitzar el coneixement matemàtic* per a comprendre, valorar i produir informacions i missatges sobre fets i situacions de la vida quotidiana, i reconèixer el seu caràcter instrumental per a altres camps de coneixement.
2. *Reconèixer situacions del seu medi habitual* per a la comprensió o el tractament de les quals es requereixen operacions elementals de càlcul, formular-les per mitjà de formes senzilles d'expressió matemàtica o resoldre-les utilitzant els algoritmes corresponents, valorar el sentit dels resultats i explicar oralment i per escrit els processos seguits.
3. *Apreciar el paper de les matemàtiques en la vida quotidiana*, disfrutar amb el seu ús i reconèixer el valor d'actituds com l'exploració de distintes alternatives, la conveniència de la precisió o la perseverança en la busca de solucions, i l'esforç i interès pel seu aprenentatge.

⁷ Decret 111/2007, de 20 de juliol, del Govern Valencià, pel qual s'establix el currículum de l'Educació Primària en la Comunitat Valenciana.

4. *Conèixer, valorar i adquirir seguretat en les pròpies habilitats matemàtiques* per a afrontar situacions diverses, que permeten disfrutar dels aspectes creatius, estètics o utilitaris i confiar en les seues possibilitats d'ús.
5. *Elaborar i utilitzar instruments i estratègies personals de càlcul mental i mesura*, així com procediments d'orientació espacial, en contextos de resolució de problemes, i decidir, en cada cas, els avantatges del seu ús i valorar-ne la coherència dels resultats.
6. *Conèixer i utilitzar les unitats de mesura tradicionals de la Comunitat Valenciana*.
7. *Utilitzar de forma adequada els mitjans tecnològics* tant en el càlcul com en la busca, tractament i representació d'informacions diverses, així com per a l'ampliació dels continguts matemàtics i la seua relació amb altres de les distintes àrees del currículum.
8. *Identificar formes geomètriques de l'entorn natural i cultural*, utilitzant el coneixement dels seus elements i propietats per a descriure la realitat, i desenrotllar noves possibilitats d'acció.
9. *Utilitzar tècniques elementals d'arreplega de dades* per a obtindre informació sobre fenòmens i situacions del seu entorn; representar-la de forma gràfica i numèrica i formar-se'n un juí.
10. *Resoldre i plantejar problemes matemàtics* usant un llenguatge correcte i els procediments adequats de càlcul, mesura, estimació i comprovació de resultats.
11. *Inventar i formular problemes matemàtics* usant de forma lògica i creativa la comunicació oral, la comprensió lectora i l'expressió escrita.

12. *Emprar adequadament el llenguatge matemàtic per a identificar relacions i conceptes apresos i per a comprendre i anomenar-ne uns altres de nous.*
13. *Fomentar la utilització del llenguatge del camp científic amb precisió, tant de les matemàtiques com del conjunt de les ciències.*
14. *Comprendre la necessitat de l'argumentació per mitjà de raonaments lògics en l'estudi de les Matemàtiques.*
15. *Desenrotllar estratègies de comprensió lectora en els missatges transmesos pels textos escrits utilitzats en l'àrea.*
16. *Utilitzar un llenguatge correcte, amb el vocabulari específic de les matemàtiques, en l'exposició i la resolució de problemes.*

Com pot apreciar-se, la gran majoria dels objectius de l'àrea de matemàtiques en Educació Primària estan clarament relacionats amb la resolució de problemes

Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge en la resolució de problemes

Què implica resoldre un problema?

Resoldre un problema és un poc més que llegir un text que porta inequívocament a efectuar un o més càlculs.

La resolució de problemes és una activitat eminentment competencial: l'alumnat ha de comprendre la situació, pensar quin o quins dels seus coneixements li poden ser útils i, a més, usar-los segons el resultat que volen obtenir.

Per això, és molt important que els problemes que els presentem com a activitat a realitzar en el primer cicle d'Educació Primària reunisquen una sèrie de condicions que afavorisquen l'adquisició de competències quan es treballen. Hem de procurar que el problema que plantequem oriente en el

Resoldre un problema implica pensar en allò que se'ns demana, decidir què hem de fer, realitzar allò que siga necessari per a trobar la solució i valorar si el resultat obtingut és raonable.

La resolució de problemes en el primer cicle de Primària

La representació del problema,
en qualsevol de les seues
formes, facilita en gran manera
el procés d'ensenyança
aprenentatge de l'alumne.

tipus de problemes que hem de treballar amb els alumnes. És a dir, que corresponga a l'entorn familiar dels xiquets i xiquetes d'esta edat; que presente quantitats imaginables amb facilitat; que siga un problema a resoldre de diverses maneres amb la combinació de sumes i restes; que el text no marque l'orde en què caldrà fer les operacions; que presente més d'una operació implicada en la resolució i, a més, invite a representar el procés de resolució que s'ha seguit.

Com podem ensenyar a resoldre problemes?

Per a resoldre correctament els problemes, els xiquets i les xiquetes han de tindre plena autonomia. Autonomia per a pensar solucions sense por d'equivocar-se i que ningú els diga que no ho han fet bé. Els alumnes han de tindre confiança per a fer proves que pensen que els puguen conduir a la solució, amb el convenciment que, si no encerten, se'ls ajudarà a replantejar la situació a partir del camí que han iniciat.

Realment, l'única manera que tenim per a saber com han resolt un problema i, per tant, de saber quina estratègia han utilitzat, és demanar-los que representen el que estan fent o bé que ho expliquen.

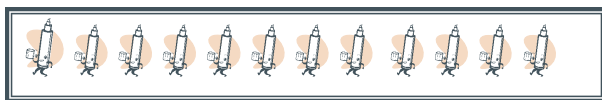
Si s'anima els alumnes a *representar* el que han fet, ja siga amb dibuixos, operacions, esquemes, parlant, etc., se'ls ajuda a ser més conscients del que fan i, al mateix temps, s'aconsegueix tindre informació per a ajudar-los a dur a bon terme l'estratègia utilitzada.

Moltes vegades esperem que els nostres alumnes resolguen el problema com nosaltres (els mestres i les mestres) tenim previst, és a dir, amb una suma o una resta, o bé la combinació de les dos, etc. Vegem, amb un exemple, les *diferents*

possibilitats correctes de trobar un resultat, a més de considerar que no necessàriament en totes han de fer operacions.

Exemple

En la classe del Sr. Pere hi havia una caixa amb 12 retoladors que podem utilitzar per a realitzar un treball.



Quan anem a agafar-los, comprovem que només n'hi ha 5. Comencem a buscar i a terra en trobem 3 més. Quants retoladors ens falten encara? Si vols escriure o comptar, pots fer-ho ací.

Competències relacionades:

- Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar números i operar amb rapidesa, de manera que es busque el resultat exacte o aproximat segons la situació.
- Planificar i seguir alguna estratègia per a resoldre un problema i modificar-la en el cas que no siga prou eficaç.

Possibles respostes: a continuació veurem deu possibles respostes amb els procediments previs (*operació*), representades de manera horitzontal i també vertical amb l'expressió del resultat obtingut, de tres maneres distintes: (1) de manera simbòlica (expressió numèrica), (2) en llenguatge escrit-oral (expressió lingüística) i (3) amb la inclusió d'objectes concrets, representats en el nostre cas particular com a retoladors (expressió gràfica).

La resolució de qualsevol situació problemàtica, des del punt de vista matemàtic comporta l'aplicació de diferents coneixements previs.

La resolució de problemes en el primer cicle de Primària

Estratègies de resolució: a través de les possibles respostes manifestades (R1, R2, R3...) es pretén fer un raonament didacticomatemàtic de les estratègies de resolució, encertades o no, utilitzades segons cada cas.


Resposta 1

$$\begin{array}{r} 12 \\ -8 \\ \hline 4 \end{array}$$

operació (1) simbòlica

Resultat: 4 retoladors (2) lingüística

(3) gràfica



Este exemple mostra una resolució correcta del problema.

En este cas s'ha fet mentalment l'operació de sumar els retoladors trobats (5+3) i després s'ha restat el 8 al 12, que era el nombre de retoladors que hi havia en la caixa. Per tant, s'han encadenat dos operacions per a resoldre el problema.

Hi ha altres estratègies possibles per a aconseguir el mateix resultat, però esta és molt vàlida.

Resposta 2

En estos exemples-respostes (R2 i R3), els resultats no són correctes.

$$\begin{array}{r} 12 \\ -5 \\ \hline 7 \end{array}$$

Resultat: 7 retoladors



Resposta 3

$$5 + 3 = 8$$

Resultat: 8 retoladors

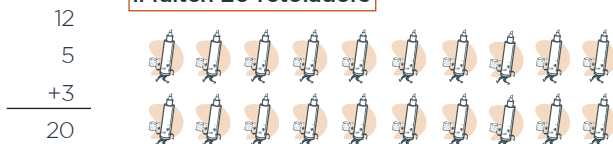


Tant en un cas com en l'altre, la dificultat residix en la realització de les operacions. En el primer cas (R2), es comença per descomptar 5 de 12, qüestió que és correcta però, per a trobar la solució, s'hauria de restar 3 de 7 a continuació. No obstant això, esta operació no s'ha realitzat.

En el segon cas (R3), l'operació que s'ha realitzat és la suma de les dos quantitats de retoladors que s'han trobat (els cinc de la caixa i els tres que estaven a terra) però, una vegada obtingut el resultat calia restar-lo de 12 i, en compte de fer-ho, s'ha donat el 8 com a resultat definitiu.

Resposta 4

li falten 20 retoladors



La resolució de problemes en el primer cicle de Primària

Podem observar ací un intent de tindre en compte totes les dades del problema, però no s'encerta amb l'operació que cal realitzar. Este resultat demostra que no s'ha reflexionat prou sobre allò que buscàvem, ja que a l'inici del problema tenien 12 retoladors, i després de perdre'n uns quants, resulta que en tenen 20. Una vegada obtingut el resultat, caldrà suggerir a l'alumne que es plantege si és o no raonable la resposta donada com a solució.

Resposta 5



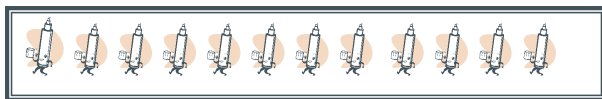
Resposta 6



En el primer cas (R5), després de dibuixar els 12 retoladors, l'alumne n'ha separat 5 i a continuació 3, de manera que dona com a resultat els 4 que li'n quedaven.

Si observem el següent (R6), després de dibuixar la caixa amb 12 retoladors, torna a dibuixar el grup de 5 i el de 3 per a, a continuació, assenyalar en la caixa el resultat oferit com a definitiu.

Resposta 7



Resultat: 8 retoladors

Resposta 8



Resultat: 7 retoladors

En estos nous exemples podem observar com la dificultat de tindre en compte les dos actuacions que influïen en el resultat de les operacions escrites és una dificultat que pot tindre lloc exactament igual si s'expressa amb un dibuix. En els dos casos (R7 i R8) els alumnes arriben a resultats incorrectes.

L'estratègia de dibuixar els retoladors no garanteix el resultat correcte.

En el cas R7, després d'haver dibuixat una caixa amb dotze retoladors, torna a dibuixar-ne huit fora de la caixa i dóna estos 8 resultat, en compte de realitzar l'últim pas, que consistiria a restar dels 12 retoladors de la caixa els 8 que tenim, per a saber així el nombre de retoladors que ens falten.

En el següent (R8), el dibuix és més senzill i tan sols ratlla els 5 retoladors, de manera qe s'oblida de ratllar també els altres 3.

Resposta 9

$$\begin{array}{r} 12 \\ +53 \\ \hline 65 \end{array}$$

Resultat: 65 retoladors

Resposta 10

$$\begin{array}{r} 12 \\ +35 \\ \hline 23 \end{array}$$

Resultat: 23 retoladors

Les dificultats que s'observen en les operacions de suma, realitzades com a estratègia per a arribar al resultat en les dos respostes anteriors (R9 i R10), són més importants que les comentades fins al moment. En els dos casos apareix el 12 com a primer terme de l'operació i a continuació s'escriu el signe de sumar.

El que verdaderament ha de preocupar-nos és que, en compte de sumar el 5 i el 3 per a posteriorment realitzar el segon terme de l'operació, que hauria de ser una resta i no una suma, els alumnes els han col·locat al costat, de manera que en un cas es compon el 53 i en l'altre el 35.

A continuació, en el primer exemple (R9), s'executa la suma correctament, però en el segon (R10), a pesar que s'indica el signe de suma, es fa una resta i, a més, es descompta el primer terme del segon. L'acceptació del resultat obtingut, en els dos casos, ens mostra una falta absoluta de criteri, ja que es dona per

vàlid un resultat (retoladors que falten) que sobrepassa en gran manera, sobretot en el cas R9, el nombre de retoladors que tenia en principi Pere en el pot.

La matemàtica té mecanismes per a l'autocorrecció que haurem de fomentar en l'alumnat. Sobretot, parar-se a pensar: com pot ser que falten 20 retoladors si a l'inici del problema en teníem 12, dels quals, a l'hora d'agafar-los, tan sols n'hi havia 5, després n'hem trobat 3 a terra i encara busquem els que falten?

No cal donar la solució, simplement hem de posar de manifest la contradicció i deixar que ells pensen on s'han equivocat. D'esta manera, s'acostumaran a comprovar si les dades que els dona el problema tenen relació amb el resultat obtingut, en compte d'esperar sempre que els diguen si ho han fet correctament o no.

Treballar en grup i compartir el coneixement és, sens dubte, de gran utilitat en el procés d'ensenyança i aprenentatge de l'alumnat i, més concretament, quan ens referim a la resolució de problemes. Parlar, explicar als companys de grup com pensem que es pot resoldre un determinat problema, és de gran utilitat, ja que ajuda al desenrotllament de l'autonomia i adquirim seguretat en el moment d'haver de defensar les nostres conviccions. Amb grups de 3 alumnes, i inclús parelles, es poden establir diàlegs fluidos d'una gran riquesa pedagògica.

Així, validar el resultat és una qüestió clau en la resolució de problemes. Hem d'acostumar els nostres alumnes a pensar si el resultat obtingut és raonable o no, en compte d'esperar el veredict final del mestre.



La resolució de problemes en el primer cicle de Primària

Proposta de reflexió docent

Vegem, com a exemple, un qüestionari que pensem que hauria de respondre's en primera instància de manera individual i, a continuació, ser discutit i comentat pels mestres i les mestres de tot el primer cicle a través d'una posada en comú, amb l'objectiu últim d'arribar a establir uns acords de millora reflexionats i consensuats.

La coordinació permanent, l'anàlisi i la reflexió de l'acte docent afavorix, de manera significativa, la consecució positiva de la pràctica pedagògica.

Este qüestionari permet als docents analitzar el treball que es fa amb l'alumnat amb la resolució de problemes, reflexionar sobre la metodologia més adequada per a treballar esta resolució i prendre decisions sobre la gestió docent mencionada en l'àmbit de centre.

Una vegada estudiades i comentades les respostes donades a nivell grupal, l'equip docent hauria de preguntar-se i arribar a acords sobre, entre d'altres, per exemple: quines de les propostes són les que més es treballen en les aules? Quines són les que es treballen de manera insuficient i hauríem d'incorporar? Quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar l'aplicació) Com s'avaluaran?...

En classe	1	2	3	4
a) Es proposen problemes pròxims a l'entorn quotidià de l'alumnat.				
b) En els problemes proposats, els alumnes han de fer més d'una operació per a trobar la solució.				
c) Es plantegen problemes amb un text que no marca l'orde de resolució.				
d) Els problemes proposats són oberts i sense predisposar una determinada estratègia de resolució.				
e) Es proposen preguntes sobre la situació que presenta el problema per a assegurar la comprensió.				
f) S'anima els alumnes a fer preguntes sobre la situació problemàtica perquè, de manera autònoma, arriben a la seua interpretació.				
g) Es proposa als alumnes representar el problema ja siga amb dibuixos, esquemes, números, operacions, etc., per a resoldre'l.				
h) S'invita els alumnes a expressar com resoldrien un problema i provar, encara que la solució no resulte la més adequada.				
i) Es demana als alumnes que expliquen el camí seguit per a trobar el resultat.				
j) S'afavorix l'expressió de solucions considerades no típiques.				
k) S'exposen diverses solucions al problema i es discutixen al mateix temps.				
l) Fem reflexionar l'alumnat sobre la validesa o no del resultat obtingut.				
m) Es fomenta la resolució del problema en grup.				

(1) sempre (2) prou (3) de vegades (4) generalment no

3. Criteris metodològics i consells pràctics

Com a conclusió podríem destacar alguns dels aspectes bàsics que haurem de tindre en compte al llarg de tot el procés d'ensenyança i aprenentatge en i per a la resolució de problemes:

- Treballar la resolució de problemes com a nucli central del procés d'ensenyança i aprenentatge de les matemàtiques.
- No deixar els problemes per al moment en què l'alumne sàpiga llegir, sinó començar en un entorn de joc amb enunciats orals i gràfics.
- Crear i facilitar un ambient de participació activa de l'alumne, en el qual, de manera espontània, manipule i comuniqui el que fa oralment, per mitjà d'una dramatització o gràficament, pregunte sense cap temor, argumente, compartisca els dubtes, invente...
- Procurar que els problemes tinguin un contingut significatiu per a l'alumne i siguin molt variats.
- Valorar tant o més el procés de resolució i els resultats.

La resolució de problemes en el primer cicle de Primària

- Treballar problemes oberts que permeten al xiquet o a la xiqueta expressar el seu enginy, que presenten més d'una solució i estratègies diferents per a arribar a esta, i raonament en grup.
- Tractar, al llarg del cicle, tot tipus d'enunciats i estructures de resolució, per a buscar la major diversitat possible.
- Treballar problemes en parelles i en grup, perquè els alumnes intercanvien estratègies, solucions, de manera que es fomenta la comunicació, el respecte cap als altres i l'obertura de pensament.
- Intentar que l'alumne adquirisca un procés de resolució personal, on la comprovació del resultat siga pràctica obligada i habitual.
- Fomentar l'ús de la resolució de problemes en qualsevol context fora de la classe: en el pati, les eixides, a casa...
- Procurar que l'alumne siga el nucli central del procés de resolució i de creació de situacions problemàtiques.
- Formar equips de treball en els centres per a reflexionar sobre estos aspectes, en els quals es creen models de problemes ben pensats i es consensuen estratègies de resolució de problemes que s'adapten a les característiques de l'alumnat.

4. Referències bibliogràfiques

ALSINA, A. (2004): *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos*, Narcea, Madrid.

BAROODY, A. (1988): *El pensamiento matemático de los niños*, Visor, Madrid.

CASTRO, E. (coord.) (2001): *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*, Síntesis, Madrid.

COCKROFT, V.H. (1985): *Las matemáticas sí cuentan*, MEC, Madrid.

D'AMORE, B. (1997): *Problemas. Pedagogía y psicología de las matemáticas en la actividad de resolución de problemas*, Síntesis, Madrid.

Decreto 111/2007, de 20 de julio, del Consell, por el que se establece el currículo de la Educación Primaria en la Comunitat Valenciana (DOCV núm. 5562, de 24 de julio de 2007).

GARCÍA JIMÉNEZ, J.E. (2005): "Resolución de problemas", *Aula de innovación educativa*, Num. 142, 81-96.

GUZMÁN, M. (1995): *Aventuras matemáticas*, Ediciones Pirámide, Madrid.

MASON, J., BURTON, L. i STACEY, K. (1988): *Pensar matemáticamente*, MEC-Labor, Barcelona.

**La resolució de problemes
en el primer cicle de Primària**

NCTM, (1993): *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*, SAEM Thales, Sevilla.

LLINARES, S. (2003): "Matemáticas escolares y competencia matemática". Chamorro (Coord.) *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson-Prentice Hall.

RESNICK, L.B. i FORD, W.W. (1987): *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*, Paidós, Barcelona.

SANTALÓ, LL. (1997): *La educación matemática hoy*. Editorial Teide. Madrid.

Tunning Educational Structures in Europe. (1999): *Programa Socrates - Tempus* de la Direcció General d'Educació i Cultura de la Unió Europea.

VILA, A. i CALLEJO, M^a. L. (2004): *Matemáticas para aprender a pensar*, Narcea, Madrid.

WERTHEIMER, M. (1991): *El pensamiento productivo*, Paidós Ibérica, Barcelona.