



7 | 1. Justificación

11 | 2. Las matemáticas en la Educación Primaria

Las matemáticas en la escuela

Concepción del área

Aprendizaje, competencias y currículum

La competencia matemática y la práctica docente

Rasgos distintivos en las aulas que potencian el desarrollo de la competencia matemática

La resolución de problemas en el currículum de la Educación Primaria

Algunas consideraciones sobre el proceso de aprendizaje en la resolución de problemas

¿Qué implica resolver un problema?

¿Cómo podemos enseñar a resolver problemas?

Propuesta de reflexión docente

45 | 3. Criterios metodológicos y consejos prácticos

47 | 4. Referencias bibliográficas

1. Justificación

Los niños pequeños tienen una curiosidad natural y un deseo de dar sentido a su mundo. En las primeras experiencias se encuentran con gran variedad de situaciones en las que hay cantidades involucradas. Cuando empiezan a ir al colegio, la mayoría de los niños han comenzado a aprender a contar y demuestran una marcada intuición de cómo usar sus emergentes destrezas de conteo para resolver problemas.

"Solamente cuando construyes desde el interior es cuando realmente comprendes algo. Si los niños no construyen desde dentro y solamente tratas de explicarles las cosas, no habrá aprendizaje. Es solo repetición y no hay verdadera comprensión", nos dice María Parra, maestra de segundo de Educación Primaria.

Lorena, de cuatro años, comparte doce caramelos con tres amigos distribuyéndolos uno por uno a cada uno de ellos. Francisco, que acaba de empezar primero de primaria, resuelve el siguiente problema mediante modelización: utiliza palillos para representar los dulces. "Hay siete bombones en esta caja, ¿cuántos bombones quedarán si te comes tres?". Francisco toma siete palillos contándolos (cada palillo



Las primeras experiencias del niño *condicionan* fuertemente su actitud hacia las matemáticas.

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

representa un bombón), aparta tres de ellos, y cuenta los palillos que quedan para encontrar la respuesta. Aunque ni a Lorena ni a Francisco se les ha enseñado nada sobre la división o la resta, muestran una comprensión básica de las situaciones que subyacen en ellas, y esta comprensión puede servirles de fundamento para aprender a sumar, restar, multiplicar y dividir.

Hasta hace poco, no hemos sabido claramente cómo comprenden los niños pequeños las ideas matemáticas básicas, y la enseñanza inicial de éstas no ha sabido capitalizar la riqueza de su conocimiento informal. Como consecuencia, las matemáticas que hemos tratado de enseñar en la escuela han estado frecuentemente desconectadas del modo que tienen los niños de pensar los problemas y resolverlos en sus vidas diarias.

El razonamiento matemático que se ha de desarrollar en la Educación Primaria es, a la vez, deductivo, inductivo y creativo.

Si queremos dar a nuestro alumnado la oportunidad de construir su comprensión desde dentro, necesitamos entender cómo piensan ellos las matemáticas, cómo desarrollan los conceptos y destrezas en los primeros cursos.

Por eso estas orientaciones nacen con la intención de servir como guía para mejorar la práctica docente en un aspecto central del proceso de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas en la escuela: la resolución de problemas.

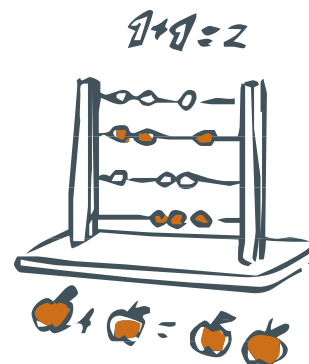
"Los procesos de resolución de problemas constituyen uno de los ejes principales de la actividad matemática y han de ser fuente y soporte principal del aprendizaje matemático a lo largo de la etapa, ya que constituyen la piedra angular de la educación matemática. En la resolución de un problema se requieren y se utilizan muchas de las capacidades básicas: leer

comprendivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo que se vaya revisando durante la resolución, modificar el plan si es necesario, comprobar la solución si se ha encontrado, y comunicar el resultado”.¹

Cabe indicar también que, aunque estas orientaciones están especialmente dirigidas a los maestros y maestras del primer ciclo de Educación Primaria, es evidente que pueden servir también como elemento referencial para los docentes de Educación Infantil y demás ciclos educativos que conforman en la actualidad la enseñanza primaria.

Así pues, la intención que se desprende a lo largo de las páginas siguientes es mostrar unas sencillas herramientas, con ejemplos, para que los profesionales de la educación tengan a su alcance recursos e ideas; con el fin de facilitar a su alumnado el logro de la competencia matemática requerida de acuerdo al nivel educativo en el que está escolarizado y, todo ello, mediante la resolución de problemas contextualizados.

También hemos de señalar que se ha reducido al mínimo imprescindible las reflexiones de tipo teórico y que, para paliar esta carencia intencionada, al final de este documento se ofrece bibliográfica básica sobre el tema que nos ocupa, así como un listado de direcciones de internet donde el profesorado puede encontrar materiales y actividades virtuales.



Utilizando las palabras de un gran profesor y matemático, consideramos que la enseñanza basada en la resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento y en los procesos de aprendizaje, a la vez que toma los contenidos matemáticos como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaz (Guzmán, 1995).

¹ Decret 111/2007, de 20 de julio, del Consell, por el que se establece el currículo de la educación primaria en la Comunitat Valenciana. DOCV núm. 5562/24.07.2007

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

Del mismo modo, enseñar matemáticas debe ser equivalente a enseñar a resolver problemas. Estudiar matemáticas no debe ser otra cosa que pensar en la resolución de problemas (Santalo, 1997).

Cabe también resaltar la evidente importancia que se le supone a la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas, una cuestión nada novedosa y siempre de permanente actualidad. De este modo y siguiendo las directrices del informe Cockroft (1985), la resolución de problemas es consustancial a las matemáticas. Las matemáticas solo son útiles en la medida en que puedan aplicarse a una situación concreta; precisamente, la aplicación a las diversas situaciones posibles es lo que se denomina resolución de problemas.

2. Las matemáticas en la Educación Primaria

Las matemáticas en la escuela

Históricamente, las matemáticas surgieron a partir de la necesidad de contar y clasificar y se organizaron como ciencia formal del espacio y la cantidad. El hecho de que *formen parte de los contenidos escolares obligatorios de todos los sistemas educativos* da a entender su importancia social y académica para garantizar a todos los ciudadanos la comprensión de la realidad que nos rodea. Es por eso que hay que considerar la separación entre las matemáticas como disciplina científica y las matemáticas escolares, con un papel dentro del sistema educativo concreto y determinado por su carácter.

La tradicional idea de las matemáticas como ciencia puramente deductiva, idea ciertamente válida para el conocimiento matemático en cuanto producto desarrollado y ya elaborado, ignora el proceso inductivo y de construcción a través del que históricamente ha llegado a desarrollarse ese conocimiento.

Hay que destacar la especial trascendencia que, **para la educación en las matemáticas**, tiene el proceso tanto



Las matemáticas son un lenguaje, pero un lenguaje que lleva intrínseco una manera de pensar.

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

histórico como personal de construcción empírica e inductiva, y no solo formal o deductiva.

Es conveniente destacar que, en el desarrollo del aprendizaje matemático en el niño, la experiencia y la inducción deben tener un papel primordial, porque los conocimientos formales se construyen a través de la experiencia y la contrastación inductiva con la realidad.

No hay que perder de vista, sin embargo, la estructura formal de las matemáticas, sus cualidades de concisión, precisión y rigor en el lenguaje, y considerar que la formalización y estructuración del conocimiento matemático como sistema deductivo no debe ser el punto de partida, sino el punto de llegada de un largo proceso de aproximación a la realidad.

Las matemáticas proporcionan un lenguaje preciso, un importante medio de comunicación conciso y sin ambigüedades.

En este aspecto la matemática tiene un papel primordial como instrumento ya que, en cierta medida, es el gran organizador cultural que la sociedad de hoy en día utiliza de manera amplia y profunda. Sus aplicaciones afectan prácticamente a todos los campos del saber (las matemáticas son necesarias para aprender otras materias a la vez que para continuar aprendiendo matemáticas), son la vanguardia de las tecnologías antiguas y modernas que han ido desarrollándose y su uso afecta a la organización misma de la sociedad.

Por otra parte, en algunas propuestas curriculares e incluso en estudios de amplia influencia respecto al desarrollo de éstas, como el conocido informe Cockcroft (1985), se acentúa el papel de la matemática como lenguaje, pero un lenguaje que conlleva una manera de pensar, simbolizar, abstraer, explicar... Son habilidades que tienen que ver con el desarrollo intelectual de las personas y, precisamente por eso, *las matemáticas* han



de representar para nuestro alumnado la posibilidad de poner en práctica las estrategias de pensamiento, a la vez que se van adquiriendo los “saberes” —conceptos, procedimientos, simbología— que se han revelado útiles a lo largo de los siglos y que hoy forman parte del área.

Esta visión de la *matemática escolar* está en concordancia con el objetivo general perseguido por la educación de ayudar a las jóvenes generaciones a adaptarse al medio en el que han de vivir. Hemos de aceptar que ese medio, en una sociedad tecnológicamente avanzada como la nuestra, es un medio complejo y en continuo cambio. Habrá que ajustar la acción educativa a las necesidades futuras de las jóvenes generaciones y a los instrumentos, a los medios culturales que la sociedad utiliza en cada momento. ¿Quién se acuerda ahora de escribir a máquina? ¿Cuántos de nosotros hacemos cálculos más o menos largos sin calculadora?

Aplicar la idea de competencia en el currículum escolar implica una voluntad de iniciar, desde la escuela, el desarrollo de habilidades complejas que serán necesarias para la adaptación posterior del individuo a un ambiente cambiante, que requiere instrumentos intelectuales flexibles y adecuados a las transformaciones para la adquisición de nuevos conocimientos.

Concepción del área

La concepción de las matemáticas que se ha tenido a lo largo de la historia no ha sido siempre la misma. Y es esta concepción, inconsciente, la que nos determina cómo creemos que hay que enseñarlas.

Las matemáticas no envejecen con el paso del tiempo, sino que contribuyen a una madurez competencial sólida y duradera.

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria



Hemos de tener en cuenta que situaciones problemáticas reales que son significativas para los adultos pueden carecer de significado para los alumnos.

Así, una visión descriptiva y formal nos obliga a resaltar los aspectos sintácticos del lenguaje formal de las matemáticas y a mostrarlas como un conjunto de conocimientos elaborados y organizados.

Por el contrario, una visión constructiva y sustancial le dará más importancia a la construcción de los conceptos matemáticos por la persona que aprende y a la comprensión del significado de los símbolos que se utilizan en el contexto de abstracción.

En otras etapas históricas ha predominado más un carácter descriptivo y formal que constructivo y significativo. Hemos abandonado la idea tradicional de las matemáticas como un lenguaje organizado en un sistema de estructuras abstractas, que favorece un aprendizaje más sintáctico de las normas y reglas que lo rigen. Se avanza en la idea de que las matemáticas son un medio para comunicarse, constituidas por un amplio conjunto de modelos y procedimientos de análisis, cálculo, medida y estimación, sobre relaciones necesarias entre diferentes aspectos de la realidad.

"Se entienden así las matemáticas como un conjunto de ideas y formas de actuar que conllevan no sólo utilizar cantidades y formas geométricas, sino, y sobre todo, hacerse preguntas, obtener modelos e identificar relaciones y estructuras, de modo que, al analizar los fenómenos y situaciones que se presentan en la realidad, se puedan obtener informaciones y conclusiones que inicialmente no estaban explícitas. Concebidas de esta forma, las matemáticas incorporan las características que les han sido tradicionalmente asignadas y que se identifican con la deducción, la precisión, el rigor, la seguridad, etc.; pero son y aportan mucho más de lo que se deduce de estos términos. También son inducción, estimación, aproximación, probabilidad

y tentativa, y mejoran la capacidad de enfrentarse a situaciones abiertas, sin una solución única y cerrada ”.²

De todo lo expuesto, podemos deducir ciertos principios que nos han de orientar en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, así como ciertas implicaciones didácticas que nos ayudan a su puesta en práctica:

- Las matemáticas deben ser presentadas a los alumnos como un conjunto de conocimientos y procedimientos que ha evolucionado y que continuará haciéndolo. Deben quedar resaltados los aspectos inductivos y constructivos del conocimiento matemático, y no sólo los aspectos deductivos de la organización formalizada, que la caracteriza como producto final. En el aprendizaje de los alumnos hay que reforzar el uso del razonamiento empírico e inductivo en paralelo con el uso del razonamiento deductivo y de la abstracción.
- Hay que relacionar los contenidos del aprendizaje de las matemáticas con la experiencia cotidiana de los alumnos, presentándolos en un contexto de resolución de problemas.
- La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas debe atender equilibradamente a sus distintos objetivos educativos, como son: el establecimiento de destrezas o estrategias generales (generalizar, particularizar, abstraer, codificar, comprobar soluciones...); su aplicación funcional,

Las matemáticas intentan cuantificar, de la forma más exacta posible, aspectos de la realidad.

² Decreto 111/2007, de 20 de julio, del Consell, por el que se establece el currículo de la educación primaria en la Comunitat Valenciana. DOCV núm. 5562/24.07.2007

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

La orientación de la enseñanza y del aprendizaje en esta etapa se sitúa a lo largo de un continuo que va de lo estrictamente manipulativo, práctico y concreto hasta aquello esencialmente simbólico, abstracto y formal.

que posibilita que los alumnos valoren y apliquen sus conocimientos fuera del ámbito escolar en situaciones de la vida cotidiana; y su valor instrumental, que crece a medida que el alumno progresa hacia tramos superiores de la educación.

El punto de partida del proceso de construcción del conocimiento matemático debe ser la experiencia práctica y cotidiana de los alumnos. Se trata de experiencias sencillas, como la organización del espacio y la orientación dentro de él (en casa, en el colegio, en el barrio, en el pueblo...), los ciclos y rutinas temporales (días de la semana, horas de comer, etc.), las operaciones de medida que realizamos los adultos (contar, pesar, etc.), el uso del dinero en las compras cotidianas o la clasificación de objetos de acuerdo con determinadas propiedades.

Inicialmente, las experiencias matemáticas serán de naturaleza esencialmente intuitiva y vinculadas a la manipulación de objetos concretos y a la actuación en situaciones particulares.

Aprendizaje, competencias y currículum

El término *competencia en educación* apunta al *uso eficaz de un conjunto de conocimientos y habilidades que el alumno ha adquirido y moviliza de manera efectiva para resolver un problema o una situación determinada*. Podemos decir que se trata de una capacidad que ha de incluir conocimientos y destrezas de diferente tipología (conocimientos disciplinarios, habilidades intelectuales, valores, rasgos de personalidad...) que el alumnado ha de saber escoger, combinar y poner en práctica delante de una situación compleja.

Pensar en el ámbito de la Educación Primaria, bajo el perfil de competencia, implica preocuparse por el desarrollo de habilidades intelectuales en los alumnos, a la vez que se pretende que adquieran comprensivamente ciertos conceptos y procedimientos propios del área para saberlos utilizar adecuadamente en situaciones prácticas.

Desarrollar el pensamiento matemático implica perfeccionar un pensamiento ágil y flexible con facilidad para relacionar, anticipar, comparar, secuenciar, razonar, estimar, valorar, etc.

La psicología cognitiva nos habla de la acción como motor del pensamiento, de las capacidades lógicas de los alumnos en edad escolar, y de las habilidades psicológicas necesarias. Las investigaciones en educación matemática aportan numerosos datos sobre el *aprendizaje significativo*, y sobre los contenidos del área, recomendando prácticas pedagógicas adecuadas. Y la política educativa, naturalmente preocupada para ofrecer al ciudadano aquello que se considera necesario para integrarse socialmente y progresar, va poniendo metas cada vez más exigentes y complejas.

En esta línea, muchos programas de los países avanzados (entre ellos el nuestro) definen los objetivos escolares en términos de capacidades. Indiscutiblemente, fijar objetivos en términos de capacidades es aceptar responsabilidades en el desarrollo cognitivo de los alumnos. Los niños y jóvenes de hoy en día, inmersos en un medio cultural muy rico, reciben información de fuentes muy diversas, pero la escuela ha de encargarse de ayudar a escoger, a decidir, a discernir entre lo verdaderamente importante y lo que no lo es..., a velar por la adquisición de estrategias y habilidades necesarias para la vida en una sociedad compleja. Son estas necesidades las que,

La elaboración de nuevos conceptos se realiza sobre todo mediante el razonamiento axiomático-deductivo y el empírico-inductivo, mediante una nueva relación entre conceptos, una nueva interpretación de resultados anteriores o un nuevo desafío de la realidad.

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

El alumno, *para consolidar su propio pensamiento*, ha de desarrollar estrategias de razonamiento matemático.

en el momento actual, nos permiten hablar de desarrollo de competencias y no conformarnos con la adquisición de ciertos conocimientos que, a pesar de ser necesarios, son valorados como insuficientes³.

La necesidad de atender a todo el alumnado, de procurar que cada uno desarrolle el máximo de sus potencialidades, no ha de hacernos esperar uniformidad de resultados, sino la asimilación por parte de todo el alumnado de unos mínimos preventivos de aquello considerado como más básico: para la vida personal, para la vida en sociedad, para la práctica profesional, y para seguir aprendiendo.

Lógicamente, si hemos de trabajar en una perspectiva competencial, hemos de aceptar una visión de desarrollo continuado de la competencia. Los diferentes grados pueden representar diferentes momentos en un mismo alumno o, en un mismo momento, *el plano* de los diferentes alumnos de la clase.

La evaluación de competencias debe aportarnos información sobre la capacidad de los alumnos respecto al uso de sus conocimientos, así como de las motivaciones que poseen, para poder así ajustar la acción docente a cada realidad.

Aceptando que el área de matemáticas conlleva un fuerte componente de razonamiento lógico, la medida de la competencia matemática también es, en cierto sentido, la medida de la capacidad lógica del alumnado, una lógica

³ Cockroft, V.H. (1985): *Las matemáticas si cuentan*, MEC, Madrid.

elemental que no exige un fuerte rigor en los razonamientos, ya que en estas edades debemos ayudarles a crear intuiciones de rigor a la vez que ayudarse de éstas en muchos casos.

La competencia matemática y la práctica docente

La matemática escolar es un ámbito privilegiado de ayuda al desarrollo de una parte del pensamiento de los alumnos, siempre que la adquisición de conocimientos esenciales del área se trabaje de una manera didáctica apropiada.

La práctica pedagógica basada en competencias es una práctica exigente. Una *práctica exigente para el alumnado* porque éste ha de implicarse en el aprendizaje, ha de adquirir autonomía, ha de hacer uso de habilidades diferentes. También una *práctica exigente para el docente*, que necesita adaptar materiales, crear situaciones próximas al ambiente contextual que viven sus alumnos, y que a la vez sean útiles más allá de la mera práctica escolar tradicional.

Se necesita de una integración progresiva de los instrumentos conceptuales en el desarrollo de la práctica docente.

Veamos un claro ejemplo de aquello que estamos afirmando, si consideramos la relación existente entre el concepto de “matemáticas escolares y llegar a ser matemáticamente competente”⁴.

⁴ Procede de S. Llinares (2003) “*Matemáticas escolares y competencia matemática*”. En C. Chamorro (coord.) *Didáctica de las matemáticas* (pp. 3-30). Madrid: Pearson-Prentice Hall, y Entrada: “Competencia Matemática”. En F. Salvador *et al.* (eds.) (2004) *Diccionario Enciclopédico de la Didáctica*. Volumen I, pp. 178-179. Málaga: Aljibe.
Vergnaud, G. (2001) “Problemas aditivos y multiplicativos”. En Chamorro (Coord.) *Dificultades del aprendizaje de las Matemáticas* (pp. 191-193). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

La competencia en la resolución de problemas ha de ser un reto, en toda la escolaridad obligatoria, como principio y finalidad.

Dotar de sentido a la expresión *ser matemáticamente competente* está relacionado con los fines de la educación matemática de cualquier etapa educativa y, por tanto, contextualizado en un momento en el tiempo. El currículo de matemáticas expresa en términos de capacidades las finalidades de la formación matemática. Muchas veces la noción de competencia se vincula a un componente práctico de *ser capaz de hacer...* y saber cuándo, cómo y por qué utilizar determinados instrumentos y conocimientos. En este sentido, por ejemplo, *ser competente* se refiere a:

- *resolver los problemas de una manera económica, fiable, rápida, general o conceptualmente más elaborada.* Por ejemplo, la situación "¿Cuánto dinero necesita una abuela para dar 15 euros a cada uno de sus 7 nietos?" puede ser resuelta con una adición o con una multiplicación. El procedimiento de la multiplicación es el más potente y económico. Por tanto, según este criterio, aquellos alumnos que utilizan la multiplicación serán los más competentes.
- disponer de una variedad de medios alternativos para resolver los problemas de una misma categoría, pudiendo escoger el método mejor adaptado en función de los valores que toman ciertos parámetros de la situación.

Por ejemplo, considerando las siguientes situaciones problemáticas:

- "3 coches de miniatura cuestan 63 euros, ¿cuánto cuestan 7?"
- "3 coches de miniatura cuestan 63 euros, ¿cuánto cuestan 12?"
- "3 coches de miniatura cuestan 63 euros, ¿cuánto cuestan 33?"

Los alumnos, para resolverlo, podrían utilizar dos métodos diferentes:

- Calcular el precio de un coche, y después multiplicarlo por el número de coches comprados. Considerando las relaciones entre el número de coches cuyo precio conocemos y el número de coches comprados, podemos establecer por ejemplo, la relación que existe entre 12 y 3, es decir, $12=3 \times 4$, y entonces el precio de 12 coches es igual a $63 \times 4=252$.
- O bien, la relación existente entre 33 y 3, esto es, $33=30+3=(3 \times 10)+3$, entonces el precio de 33 coches es igual a $630+63=693$.

En este contexto de cosas y desde la perspectiva de la enseñanza, es necesario especificar diferentes dimensiones que puedan ayudar a caracterizar el término *ser matemáticamente competente*. El maestro organiza y planifica el contenido matemático para enseñarlo con unos objetivos en mente, considerando las posibles estrategias que pueden usar sus alumnos y, también ha de interpretar las producciones de los alumnos desde las cuales pueda realizar inferencias sobre el aprendizaje conseguido. Es decir, es necesario contar con el conocimiento matemático y las características del aprendizaje de las matemáticas.

Así, en la planificación de la enseñanza, en la gestión de las interacciones con los alumnos, y en la interpretación y análisis de sus producciones, el maestro debe ser explícito en lo que va a considerar competencia matemática de sus alumnos. Para realizar esta tarea vamos a identificar *diferentes dimensiones* de lo que significa ser *matemáticamente competente*.

Para el primer enunciado el primer procedimiento es el más económico. Para el segundo y tercer enunciado el procedimiento más económico es el segundo.

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

La comprensión de cada uno de los conceptos ha de considerarse como el camino hacia el "conocimiento útil".

D.1. Comprensión conceptual

Una dimensión de la competencia matemática del alumno es la comprensión conceptual que éste puede desarrollar y depende de cómo representa mentalmente, relaciona las diferentes partes del contenido matemático y lo usa en la resolución de los problemas. Una exigencia consiste en escoger, entre los diferentes procedimientos, aquellos que relacionan conceptos y herramientas de resolución. La comprensión conceptual se vincula así a la posibilidad de establecer relaciones entre conceptos y procedimientos matemáticos en situaciones de resolver problemas.

D.2. Desarrollo de destrezas procedimentales

El desarrollo de las destrezas procedimentales se refiere a conocer los procedimientos matemáticos, conocer cómo y cuándo usarlos apropiadamente, y ser flexible ante la posibilidad de adaptarlos a las diferentes tareas propuestas. En cierta medida, el desarrollo de las destrezas procedimentales debe estar vinculado con la comprensión de los conceptos que fundamentan los procedimientos.

La comprensión conceptual comporta que la aplicación de los procedimientos sea más flexible, e incluso, ayuda a su uso como instrumentos de resolución de las tareas matemáticas. Una característica a considerar en la relación entre el desarrollo de la comprensión conceptual y el de las destrezas procedimentales es que cuando los alumnos no tienen una comprensión conceptual de los algoritmos, esto les requiere que memoricen los pasos y que necesiten mucha práctica. Si los alumnos comprenden, es más difícil que olviden algún paso o pueden ser más flexibles a la hora de aplicar los algoritmos en situaciones distintas. Pero no hay que olvidar que si un alumno memoriza los pasos de un algoritmo sin comprenderlo pero llega a manejarlo

eficazmente, luego resulta muy difícil introducir la necesidad de comprender por qué funciona.

D.3. Comunicar, explicar y argumentar matemáticamente

La habilidad de explicar y justificar los procesos y resultados de las tareas se apoya en la capacidad de establecer relaciones entre las nociones y procesos matemáticos. Esta capacidad se produce a lo largo de toda la etapa educativa y se basa en las oportunidades que el profesor proporciona regularmente para que los alumnos puedan hablar de los conceptos y procedimientos que han utilizado, razonando el por qué han hecho lo que han hecho.

La capacidad de comunicar, explicar y argumentar matemáticamente significa que los estudiantes deben llegar a ser capaces de proporcionar suficientes razones para que sus compañeros y el profesor puedan llegar a intuir *por qué se ha hecho lo que se ha hecho*. Entendido de esta manera, que el desarrollo de las capacidades de comunicar y explicar matemáticamente es un aspecto clave de la competencia matemática de los alumnos ya que ayuda a desarrollar la comprensión conceptual, porque es un contexto en el que se establecen relaciones entre conceptos y procesos a la vez que desarrolla las destrezas procedimentales —por ser un contexto que favorece la clarificación y justificación de los procesos empleados—.

En este sentido, los estudiantes que desarrollan sus procedimientos de resolución de los problemas, más que imitar el procedimiento del libro texto, deben reflexionar sobre los significados implicados; ya que compartir su trabajo implica más que “mostrar” el procedimiento seguido, implica explicar y justificar. En este sentido la comunicación es necesaria para construir competencia matemática.

Debemos diseñar iniciativas que favorezcan el conocimiento comprensivo, para dotar de utilidad al pensamiento creativo.



La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

La resolución de problemas matemáticos, mediante métodos y estrategias útiles, es una tarea privilegiada que nos facilitará superar con éxito problemas.

D.4. Pensamiento estratégico: capacidad de formular, representar y resolver problemas.

Las dimensiones anteriores se manifiestan en la habilidad de los estudiantes de plantear, representar y resolver problemas. Para formular un problema los alumnos deben ser capaces de identificar aquello que puede ser relevante y de establecer relaciones; por consiguiente, un aspecto de la competencia matemática se manifiesta cuando los alumnos pueden *identificar estructuras generales en situaciones diferentes*. Plantearse problemas nuevos, representarlos mentalmente y resolverlos implica superar los aspectos particulares de la situación.

D.5. Desarrollo de actitudes positivas hacia la capacidad matemática. Confianza matemática en uno mismo.

El desarrollo de actitudes positivas hacia las matemáticas se relaciona con verse a uno mismo capaz de resolver tareas matemáticas y de aprender considerando útil y con sentido el contenido matemático.

Desarrollar esta disposición positiva hacia el aprendizaje de las matemáticas y las propias matemáticas requiere que los alumnos tengan oportunidades de *dotar de sentido el contenido matemático* y de aportar al proceso significado.

La valoración de las aportaciones de los alumnos debe hacerse desde lo que realmente puede estar aportando al proceso de establecer conexiones o de comunicar. Entendidas de esta forma, el desarrollo de actitudes positivas está vinculado al tipo de tareas matemáticas que se les demanda. Difícilmente un alumno podrá desarrollar actitudes positivas hacia su propia capacidad matemática si el único tipo de tareas que el profesor

presenta son algorítmicas. La posibilidad de resolver problemas con diferentes niveles de exigencia matemática junto a la estructura de interacción que un profesor construye en su aula son, por tanto, elementos importantes en el desarrollo de las actitudes.

En la descripción de las dimensiones de lo que *significaba llegar a ser matemáticamente competente* se han ido desgranando algunas características esenciales:

- Las diferentes dimensiones deben desarrollarse al mismo tiempo, ya que están entrelazadas.
- Llegar a ser competente matemáticamente es un proceso largo que dura toda la vida escolar.
- La competencia matemática no es un asunto de todo o nada.

De ahí que el docente deba ser consciente de estas características a la hora de *identificar las tareas*, plantearse *cómo van a ser utilizadas en la clase* y *cómo llegar a interpretar las producciones de los alumnos* en cada momento.

Rasgos distintivos de las aulas que potencian el desarrollo de la competencia matemática⁵

En el proceso de enseñanza-aprendizaje podemos distinguir distintas características que contribuyen a potenciar la compe-

Mientras se resuelve un problema matemático se producen y se practican destrezas y procesos cognitivos generales.

⁵ Hiebert, J. et al. (1997): *Making sense. Teaching and learning mathematics with understanding*. L. Peake (editor) Heinemann. Portsmouth, NH. PP 7-11

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

La resolución de problemas es el corazón de las matemáticas.

tencia matemática. Están relacionadas porque el proceso de enseñanza-aprendizaje es un sistema en el que es difícil cambiar un elemento sin alterar los otros.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje podemos distinguir cinco elementos que ayudan a desarrollar la competencia matemática.

- 1) *La naturaleza de las tareas de clase*: si queremos proporcionar a los estudiantes la oportunidad de reflexionar y comunicar sus ideas, se les han de proponer problemas auténticos, cuya resolución no tiene porqué tener un algoritmo o método previamente establecido que les conduzca directamente a la solución, sino que los estudiantes tienen que *explorar, analizar y buscar estrategias* de resolución.

La tarea que les proporcione el profesor debe reunir las siguientes características: ser problemática para los estudiantes, es decir, la deben percibir como interesante y como algo que les motiva a investigar y que tiene sentido para ellos; que conecte con sus conocimientos, es decir, el estudiante debe ser capaz de utilizar los conocimientos y habilidades que tiene para *comenzar a desarrollar nuevas estrategias* de resolución. También ha de ofrecer a los estudiantes la oportunidad de comunicar a los demás, reflexionando sobre sus ideas matemáticas.

- 2) *El papel del profesorado*: consiste en seleccionar y proponer secuencias de problemas apropiadas, compartir información cuando ésta sea importante para abordar los problemas y facilitar un ambiente de clase en el que el alumnado trabaje individualmente a la vez que en interacción con otros, para



así llegar a comentar, discutir y reflexionar sobre sus respuestas y métodos. El profesor debe establecer un equilibrio entre la información que proporciona y el pensamiento autónomo de los estudiantes.

- 3) *La cultura social del aula*: en una cultura social de aula que motive a los estudiantes a considerar las tareas matemáticas como situaciones reales, existen cuatro elementos: (a) *las ideas como motor de la clase* —las ideas expresadas por cualquier participante tienen el potencial de favorecer el aprendizaje y por tanto merecen respeto y respuesta—; (b) *la autonomía de los estudiantes* —los estudiantes deben aceptar la posibilidad de que cada uno de ellos puede desarrollar su propia estrategia de resolución—; (c) *los errores como situaciones de aprendizaje* —si se revisan los procedimientos y razonamientos que han dado origen a los errores, se profundiza en el nivel de análisis y se aprende de ellos—; (d) *la autoridad de la razón* —la aceptación de una explicación, de un razonamiento o de la corrección de una solución debe estar fundamentado en un razonamiento matemático adecuado y no en la popularidad de quien lo presente—.
- 4) *Los recursos matemáticos como soporte del aprendizaje*: los recursos matemáticos son mucho más que el material con soporte físico, pues incluye también el lenguaje oral, escrito o cualquier otra herramienta que ayude a los estudiantes a pensar sobre la matemática. El uso de uno u otro recurso para realizar una actividad influye en la manera en que se piensa sobre ésta, por tanto, influye en el tipo de comprensión que favorece.

El grado de significación de la tarea propuesta determina el éxito en el procedimiento de desarrollo y consecución de la misma.

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

La comunidad comparte tareas y crea instrumentos que generan, a la vez, nuevos conocimientos.

- 5) *La equidad y la accesibilidad*: cada estudiante tiene el derecho de comprender lo que hace en matemáticas, de reflexionar y comunicar sobre matemáticas. La comprensión no es privilegio de unos pocos de más nivel, de más competencia o de más base. Todos los estudiantes pueden mejorar su competencia.

Las tareas propuestas deben ser accesibles a todos los estudiantes. El papel del profesor y la cultura social del aula exigen escuchar atentamente lo que dice cada estudiante, mostrando verdadero interés por las ideas expresadas y su uso para tomar decisiones. De esta forma se manifiesta un respeto por el estudiante a la vez que permite al profesor y a los compañeros conocer el alumno como persona.

La equidad significa que cada estudiante es tratado como persona y escucharles es una de las mejoras formas de ponerlo en práctica. La noción de equidad es una parte integral de un sistema de instrucción en el que un objetivo importante es la comprensión de las matemáticas por parte del estudiante. Establecer una cultura social adecuada depende de la participación de cada estudiante como miembro de una "comunidad matemática". Una comunidad que funciona bien requiere la participación de cada uno de sus miembros.

La resolución de problemas en el currículum de la Educación Primaria

Las finalidades de la Educación Primaria están expresadas en forma de objetivos generales para toda la etapa, que se concretan y particularizan para cada una de las áreas del currículum, y vienen expresados en términos de capacidades. Sin embargo, la introducción en la estructura curricular de las

competencias básicas modifica sustancialmente la perspectiva de lo que se pretende obtener al finalizar la etapa. Aunque dichas competencias se deben adquirir al finalizar la enseñanza básica, la educación primaria ha de contribuir a su consecución a través de las distintas áreas en que se organiza.

Esta nueva perspectiva incide en la planificación y en la práctica de los contenidos educativos, en tanto en cuanto debemos trabajar para conseguir que nuestros alumnos alcancen dichas competencias. Por ello, el *proyecto Tuning* distingue entre *resultados del aprendizaje* y *competencias*, con el fin de diferenciar los distintos papeles de los actores más importantes: el cuerpo docente y los estudiantes.

Los resultados del aprendizaje son formulados por el personal académico (profesorado) tanto a nivel de la programación de los contenidos objeto de estudio, como en términos de cursos. Quien alcanza las competencias es el estudiante (alumnado). "El nivel de competencias alcanzado por el estudiante puede ser mayor o menor que el determinado por los resultados del aprendizaje" que, a la vez, se expresa en una calificación. Las competencias no guardan relación con una sola unidad sino que se desarrollan a lo largo del proceso de aprendizaje. Los resultados del aprendizaje son "formulaciones de lo que el estudiante debe conocer, comprender o ser capaz de demostrar tras la finalización del proceso de aprendizaje". Se trata de los requisitos mínimos para la promoción de curso, ciclo o etapa⁶.

Las *competencias* representan "una combinación dinámica de conocimientos, comprensión, habilidades y capacidades".

⁶ *Tuning Educational Structures in Europe. Programa Sócrates (1999)* - Tempus de la Dirección General de Educación y Cultura de la Unión Europea.

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

El alumno es el artesano que ha de construir sus propios esquemas explicativos y funcionales, para continuar aprendiendo, para comprender el mundo en el que vive y para interactuar en situaciones variadas, esto es, para conseguir un desarrollo cognitivo competencial.

Esta diferencia conceptual nos debe hacer mirar más allá de lo que son los resultados del aprendizaje, centrados en la enseñanza a partir de la planificación del profesor, para tener la perspectiva de la competencia, lo que "la persona es capaz de hacer usando sus conocimientos y habilidades en una situación problemática próxima a la realidad" y, por tanto, centrándose en el aprendizaje del alumno.

La *competencia matemática* es una de dichas competencias básicas y se debe entender como "la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral."

El mismo concepto de competencia determina cuál debe ser el énfasis a lo largo del proceso de enseñanza-aprendizaje y es, no solamente la instrucción de los elementos matemáticos básicos, sino *la capacidad de ponerlos en práctica en aquellas situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana en las que sea necesario su uso*. Hay que destacar la importancia que se da al "uso funcional" de las matemáticas, por encima de otras visiones.

Ser *matemáticamente competente* implica ser capaz de utilizar los elementos y razonamientos matemáticos en aquellas situaciones en las que se precisan. Por tanto, la identificación de tales situaciones, la aplicación de estrategias de resolución de problemas, y la selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible están incluidas en ella. Esta *capacidad*

de utilizar las matemáticas que se saben en las situaciones espontáneas en las que son necesarias tiene su fuente de aprendizaje en un entorno de resolución de problemas.

Los procesos de resolución de problemas constituyen uno de los ejes principales de la actividad matemática y deben ser fuente y soporte principal del aprendizaje a lo largo de la etapa. En la resolución de un problema se requieren y se utilizan muchas de las capacidades básicas: leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo que se va revisando durante la resolución, modificar el plan si es necesario, comprobar la solución si se ha encontrado, y todo ello, con la finalidad de llegar a la comunicación de los resultados.

Una referencia que nos puede servir como modelo son las competencias que se tuvieron en cuenta a la hora de elaborar la evaluación PISA en la prueba de matemáticas: pensar y razonar; argumentación; comunicación; construcción de modelos; formulación y resolución de problemas; representación; empleo de operaciones y de un lenguaje simbólico, formal y técnico; empleo de soportes y herramientas.

La planificación educativa a través de objetivos implica determinar a qué meta queremos llegar con los alumnos al final de la etapa. La necesidad de objetivos al planificar la instrucción fue compendiada por Mager (1977), cuando afirmaba que si no se está seguro dónde se va, puede ser que se acabe en algún otro lugar... o que ni siquiera se sepa dónde se ha llegado.

Expresados en términos de capacidades —de tipo cognoscitivo, afectivo, motor, de relación interpersonal y de inserción y

La resolución de problemas actúa como eje vertebrador que recorre transversalmente todos los bloques y por ello se incluye con especial relevancia en cada uno de ellos.

actuación socio-cultural— se trata de determinar la meta hacia la que hay que dirigir los esfuerzos de la actividad en la escuela. A partir de su definición, los contenidos serán los medios para conseguirlos.

Veamos pues, a modo de conclusión, cuáles son los *objetivos para la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria*, en función de la contribución al desarrollo de las siguientes capacidades⁷:

1. *Utilizar el conocimiento matemático* para comprender, valorar y producir informaciones y mensajes sobre hechos y situaciones de la vida cotidiana y reconocer su carácter instrumental para otros campos de conocimiento.
2. *Reconocer situaciones de su medio habitual* para cuya comprensión o tratamiento se requieran operaciones elementales de cálculo, formularlas mediante formas sencillas de expresión matemática o resolverlas utilizando los algoritmos correspondientes, valorar el sentido de los resultados y explicar oralmente y por escrito los procesos seguidos.
3. *Apreciar el papel de las matemáticas en la vida cotidiana*, disfrutar con su uso y reconocer el valor de actitudes como la exploración de distintas alternativas, la conveniencia de la precisión o la perseverancia en la búsqueda de soluciones, y el esfuerzo e interés por su aprendizaje.

⁷Decreto 111/2007 de 20 de Julio, del Gobierno Valenciano, por el cual se establece el currículo de la Educación Primaria en la Comunitat Valenciana.

4. *Conocer, valorar y adquirir seguridad en las propias habilidades matemáticas* para afrontar situaciones diversas, que permitan disfrutar de los aspectos creativos, estéticos o utilitarios y confiar en sus posibilidades de uso.
5. *Elaborar y utilizar instrumentos y estrategias personales de cálculo mental y medida*, así como procedimientos de orientación espacial, en contextos de resolución de problemas, decidiendo, en cada caso, las ventajas de su uso y valorando la coherencia de los resultados.
6. *Conocer y utilizar las unidades de medida tradicionales de la Comunitat Valenciana*.
7. *Utilizar de forma adecuada los medios tecnológicos* tanto en el cálculo como en la búsqueda, tratamiento y representación de informaciones diversas, así como para la ampliación de los contenidos matemáticos y su relación con otros de las distintas áreas del currículo.
8. *Identificar formas geométricas del entorno natural y cultural*, utilizando el conocimiento de sus elementos y propiedades para describir la realidad y desarrollar nuevas posibilidades de acción.
9. *Utilizar técnicas elementales de recogida de datos* para obtener información sobre fenómenos y situaciones de su entorno; representarla de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma.
10. *Resolver y plantear problemas matemáticos* usando un lenguaje correcto y los procedimientos adecuados de cálculo, medida, estimación y comprobación de resultados.
11. *Inventar y formular problemas matemáticos* usando de forma lógica y creativa la comunicación oral, la comprensión lectora y la expresión escrita.

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

Como puede apreciarse, la gran mayoría de los objetivos del área de matemáticas en Educación Primaria están claramente relacionados con la resolución de problemas.

12. *Emplear adecuadamente el lenguaje matemático* para identificar relaciones y conceptos aprendidos y para comprender y nombrar otros nuevos.
13. *Fomentar la utilización del lenguaje propio del campo científico con precisión*, tanto de las matemáticas como del conjunto de las ciencias.
14. *Comprender la necesidad de la argumentación mediante razonamientos lógicos* en el estudio de las matemáticas.
15. *Desarrollar estrategias de comprensión lectora en los mensajes transmitidos por los textos escritos utilizados en el área.*
16. *Utilizar un lenguaje correcto, con el vocabulario específico de las matemáticas*, en la exposición y resolución de problemas.

Algunas consideraciones sobre el proceso de aprendizaje en la resolución de problemas

¿Qué implica resolver un problema?

Resolver un problema es algo más que leer un texto que conlleva inequívocamente a hacer uno o varios cálculos y realizarlos.

Resolver un problema implica pensar en aquello que se nos pide, qué debemos hacer para saberlo, realizar aquello que sea necesario para encontrarlo y valorar si el resultado obtenido es razonable.

La resolución de problemas es una actividad eminentemente competencial: el alumnado tiene que comprender la situación, pensar cuál o cuáles de sus conocimientos le pueden servir y que, además, los utilice en función del resultado que quiere obtener.

Por ello, es muy importante que los problemas que les presentemos como actividad a realizar en el primer ciclo de

Educación Primaria reúnan una serie de condiciones que favorezcan la adquisición competencial cuando se trabajan. Hemos de procurar que el problema que planteemos sea orientador respecto al tipo de problemas que debemos trabajar con los alumnos. Es decir, que corresponde al entorno familiar de los niños y niñas de esa edad; las cantidades que presenta son imaginables con facilidad; es un problema que se puede resolver de maneras diversas combinando sumas y restas; el texto no marca el orden en el que habrá que realizar las operaciones; hay más de una operación implicada en la resolución y, además, se invita a representar el proceso de resolución seguido.

¿Cómo podemos enseñar a resolver problemas?

Para resolver correctamente los problemas, los niños y las niñas deben tener plena autonomía. Autonomía para pensar soluciones sin miedo a equivocarse y sin miedo a que nadie les diga que no lo han hecho bien. Los alumnos han de tener confianza para probar aquello que les parezca y piensen que pueda conducirlos a la solución, junto con el convencimiento de que, si no aciertan, se les ayudará a replantearse la situación a partir del camino por ellos iniciado.

Realmente, la única manera que tenemos para conocer cómo han resuelto un problema y por tanto saber qué estrategia han utilizado, es pedirles que representen el que están haciendo o bien, que lo expliquen.

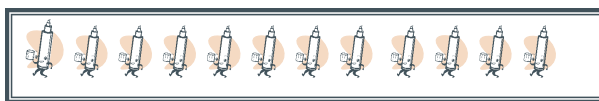
Si se anima a los alumnos a *representar* el que han hecho, ya sea dibujando, hablando, escribiendo operaciones, haciendo esquemas, etc., se les ayuda a ser más conscientes de lo que hacen y, al mismo tiempo, se consigue tener información para ayudarles a llevar la estrategia utilizada a buen término.

La representación del problema, en cualquiera de sus formas, facilita en gran medida el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumno.

Muchas veces esperamos que nuestros alumnos resuelvan el problema tal y como nosotros (los maestros y las maestras) tenemos previsto, es decir, utilizando una suma o una resta, o bien combinando una suma con una resta, etc. Veamos, con un ejemplo, las *diferentes posibilidades correctas de encontrar un resultado* además de considerar que no necesariamente todas ellas pasan por hacer operaciones.

Ejemplo

En la clase de D. Pedro había una caja con 12 rotuladores que podemos utilizar para realizar un trabajo.



La resolución de cualquier situación problemática, matemáticamente hablando, conlleva la aplicación de diferentes conocimientos previos.

Cuando vamos a cogerlos, comprobamos que solamente hay 5. Empezamos a buscar y en el suelo, encontramos 3 más. ¿Cuántos nos faltan todavía? Si quieres escribir o contar, puedes hacerlo aquí.

Competencias relacionadas:

- Aplicar el conocimiento del sistema de numeración decimal y de las operaciones para comparar, relacionar números y operar con rapidez, buscando según la situación el resultado exacto o aproximado.
- Planificar y seguir alguna estrategia para resolver un problema y modificarla en caso de que no sea lo suficientemente eficaz.

Posibles respuestas: a continuación veremos diez posibles respuestas con sus procedimientos previos (*operación*),

representadas de manera horizontal y vertical junto con la expresión del resultado obtenido —de tres formas distintas—, es decir, (1) de manera simbólica (expresión numérica), (2) utilizando el lenguaje escrito-oral (expresión lingüística) y (3) mediante la inclusión de objetos concretos representados en nuestro caso particular como rotuladores (expresión gráfica).

Estrategias de resolución: a través de las posibles respuestas manifestadas (R1, R2, R3,...) se pretende hacer un razonamiento didáctico-matemático de las estrategias de resolución, acertadas o no, utilizadas según cada uno de los casos mostrados.

Respuesta 1



En este caso se ha hecho mentalmente la operación de sumar los rotuladores encontrados ($5+3$) y después se ha restado el 8 al 12 que era el número de rotuladores que había en la caja. Por tanto, se han encadenado dos operaciones para resolver el problema.

Este ejemplo muestra una resolución correcta del problema.

Hay otras estrategias posibles para conseguir el mismo resultado pero ésta es muy válida.

En estos ejemplos-respuestas
(R2 y R3), los resultados no
son correctos.

Respuesta 2

$$\begin{array}{r} 12 \\ -5 \\ \hline 7 \end{array}$$

Resultado: 7 rotuladores



Respuesta 3

$$5 + 3 = 8$$

Resultado: 8 rotuladores



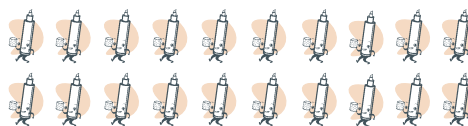
Tanto en un caso como en el otro, la dificultad reside en la realización de las operaciones. En el primer caso (R2), se empieza por descontar 5 de 12, cuestión que es correcta pero para encontrar la solución habría que, a continuación, restar 3 de 7; sin embargo, dicha operación no ha sido realizada.

En el segundo caso (R3), la operación que se ha realizado es la suma de las dos cantidades de rotuladores que se han encontrado (los cinco de la caja y los tres que estaban en el suelo) pero, una vez obtenido el resultado, había que restarlo de 12 y, en vez de hacerlo, se ha dado el 8 como resultado definitivo.

Respuesta 4

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \\ +3 \\ \hline 20 \end{array}$$

"le faltan 20 rotuladores"



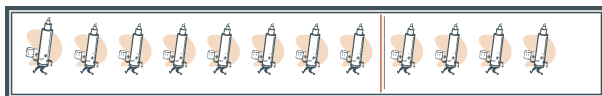
Podemos observar aquí un intento de tener en cuenta todos los datos del problema, pero no se acierta con la operación que hay realizar. Este resultado demuestra que no se ha reflexionado bastante sobre aquello que estábamos buscando, ya que al inicio del problema tenían 12 rotuladores y, después de perder unos cuantos, resulta que tienen 20. Una vez obtenido el resultado, habrá que sugerir al alumno en cuestión que se plantee si es o no razonable la respuesta dada como solución.

Respuesta 5



Resultado: 4 rotuladores

Respuesta 6



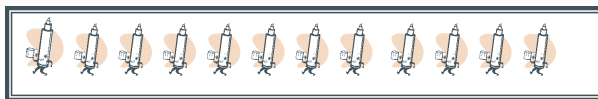
Resultado: 4 rotuladores



En el primer caso (R5), después de dibujar los 12 rotuladores el alumno ha separado 5 y a continuación 3, dando como resultado los 4 que le quedaban.

Si observamos el siguiente (R6), después de dibujar la caja con 12 rotuladores, vuelve a dibujar el grupo de 5 y el de 3 para, seguidamente, señalar en la caja el resultado dado como definitivo.

Respuesta 7



Resultado: 8 rotuladores

Respuesta 8



Resultado: 7 rotuladores

La estrategia de dibujar
los rotuladores no garantiza el
resultado correcto

En estos nuevos ejemplos podemos observar cómo la dificultad de tener en cuenta las dos actuaciones que influían en el resultado en las operaciones escritas es una dificultad que puede tener lugar exactamente igual si se expresa mediante un dibujo. En los dos casos (R7 y R8), los alumnos llegan a resultados incorrectos.

En el caso (R7), tras haber dibujado una caja con doce rotuladores, vuelve a dibujar ocho fuera de la caja, dando estos 8 como resultado, en vez de realizar el último paso que consistiría en restar, de los 12 rotuladores de la caja, los 8 que tenemos, para saber así el número de rotuladores que nos faltan.

En la siguiente (R8), el dibujo es más sencillo y tan sólo raya los 5 rotuladores, olvidándose de rayar también los otros 3.

Respuesta 9

$$\begin{array}{r} 12 \\ +53 \\ \hline 65 \end{array}$$

Resultado: 65 rotuladores**Respuesta 10**

$$\begin{array}{r} 12 \\ +35 \\ \hline 23 \end{array}$$

Resultado: 23 rotuladores

Las dificultades que se observan en las operaciones de suma realizadas como estrategia para dar con el resultado en las dos respuestas anteriores (R9 y R10), son más importantes que las comentadas hasta el momento. En los dos casos aparece el 12 como primer término de la operación y seguidamente se escribe el signo de sumar.

Lo que verdaderamente ha de preocuparnos es que, en vez de sumar el 5 y el 3 para posteriormente realizar el segundo término de la operación que debería ser una resta y no una suma, los alumnos los han colocado al lado, de manera que en un caso se compone el 53 y en el otro el 35.

Seguidamente, en el primer ejemplo (R9) se realiza la suma correctamente, pero en el segundo (R10), a pesar de que se indica el signo de suma, se realiza una resta y además se descuenta el primer término del segundo. La aceptación, en los dos casos, del resultado obtenido, nos muestra una falta

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

Así pues, validar el resultado, es una cuestión clave en la resolución de problemas; hemos de acostumbrar a nuestros alumnos a pensar en si el resultado obtenido es razonable o no en vez de esperar el veredicto final del maestro.



absoluta de criterio puesto que se da por válido un resultado (rotuladores que faltan) que sobrepasa, sobre todo en el caso R9, en gran medida el número de rotuladores que tenía en principio D. Pedro en el bote.

La matemática tiene mecanismos para la auto corrección que deberemos fomentar en el alumnado. Sobre todo, pararse a pensar: ¿cómo puede ser que falten 20 rotuladores si al inicio del problema teníamos 12, de los cuales a la hora de cogerlos, tan solo había 5, después hemos encontrado 3 en el suelo y estamos buscando todavía cuántos faltan?

No es necesario dar la solución, simplemente hemos de poner de manifiesto la contradicción y dejar que piensen ellos mismos dónde se han equivocado. De esta forma, se acostumbrarán a comprobar si los datos que les da el problema tienen relación con el resultado obtenido, en vez de esperar siempre a que les digan si lo han hecho correctamente o no.

Trabajar en grupo y compartir el conocimiento es, sin duda, de gran utilidad en el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumnado y, más concretamente, cuando nos estamos refiriendo a la resolución de problemas. Hablar, explicar a los compañeros de grupo cómo uno piensa que se puede resolver un determinado problema es de gran utilidad puesto que ayuda al desarrollo de la propia autonomía, adquiriendo seguridad en el momento de tener que defender nuestras propias convicciones. Con grupos de 3 alumnos e incluso parejas, se pueden establecer diálogos fluidos de una gran riqueza pedagógica.

Propuesta de reflexión docente

Veamos, a modo de ejemplo, un cuestionario que pensamos debería responderse en primera instancia de forma individual para, seguidamente, pasar a ser discutido y comentado por los maestros y maestras de todo el primer ciclo a través de una puesta en común, con el objetivo último de llegar a establecer unos acuerdos de mejora reflexionados y consensuados.

Este cuestionario permite a los docentes: analizar el trabajo que se realiza con el alumnado para la resolución de problemas, reflexionar sobre la metodología más adecuada para trabajar dicha resolución y tomar decisiones sobre la gestión docente en el ámbito del centro.

Una vez estudiadas y comentadas las respuestas dadas a nivel grupal, el equipo docente debería preguntarse y llegar a acuerdos sobre, por ejemplo: ¿cuáles de las propuestas son las que más se trabajan en las aulas?; ¿cuáles son las que se trabajan de manera insuficiente y deberíamos incorporar?; ¿cuáles de ellas se consideran prioritarias? (se recomienda escoger algunas, ordenarlas y planificar su aplicación); ¿cómo se evaluarán?; etc.

La permanente coordinación, análisis y reflexión del acto docente favorece, de manera significativa, la consecución positiva de la práctica pedagógica.

**La resolución de problemas
en el primer ciclo de Primaria**

En clase	1	2	3	4
a) Se proponen problemas cercanos al entorno cotidiano del alumnado.				
b) En los problemas propuestos, los alumnos deben realizar más de una operación para encontrar la solución.				
c) Se plantean problemas cuyo texto no marca el orden de resolución.				
d) Los problemas propuestos son abiertos y sin predisponer una determinada estrategia de resolución.				
e) Se proponen preguntas sobre la situación que presenta el problema para asegurar la comprensión.				
f) Se anima a los alumnos a hacer preguntas sobre la situación problemática para que de manera autónoma lleguen a una interpretación propia.				
g) Se propone a los alumnos representar, ya sea dibujando, haciendo esquemas, con números, operaciones, etc. para resolver el problema.				
h) Se invita a los alumnos a expresar cómo resolverían un problema y probar, aunque la solución no resulte la más adecuada.				
i) Se pide a los alumnos que expliquen el camino seguido para encontrar el resultado.				
j) Se favorece la expresión de soluciones consideradas no típicas.				
k) Se exponen diversas soluciones del mismo problema y se discuten a la vez.				
l) Hacemos reflexionar al alumnado sobre la validez o no del resultado obtenido.				
m) Se fomenta la resolución del problema en grupo.				

(1) siempre (2) bastante (3) a veces (4) generalmente no

3. Criterios metodológicos y consejos prácticos

A modo de conclusión podríamos destacar, algunos de los aspectos básicos que deberemos tener en cuenta a lo largo de todo el proceso de enseñanza-aprendizaje "en y para" la resolución de problemas:

- Trabajar la resolución de problemas como núcleo central del proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas.
- No dejar los problemas para cuando el alumno sepa leer, sino comenzar en un entorno de juego con enunciados orales y gráficos.
- Crear y facilitar un ambiente de participación activa del alumno en el que, de forma espontánea, manipule, comunique lo que hace de forma oral, mediante una dramatización o gráficamente, pregunte sin ningún temor, argumente, comparta sus dudas, invente, etc.
- Procurar que los problemas tengan un contenido significativo para el alumno y sean muy variados.
- Valorar tanto o más el proceso de resolución, como los resultados.

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

- Trabajar más problemas abiertos que permitan al niño o niña expresar su ingenio, que presenten más de una solución, estrategias distintas de solución, y razonamiento en grupo.
- Abarcar, a lo largo del ciclo, todo tipo de enunciados y estructuras de resolución, buscando la mayor diversidad posible.
- Trabajar problemas en parejas y en grupo para que los alumnos intercambien estrategias, y soluciones. Esto, a su vez, permite comunicación, respeto hacia los otros y apertura de pensamiento.
- Intentar que el alumno llegue a adquirir un proceso de resolución "propio", en el que la comprobación del resultado sea práctica obligada y habitual.
- Fomentar el uso de la resolución de problemas en cualquier contexto fuera de la clase: recreo, salidas, casa, etc.
- Procurar que el alumno sea el núcleo central del proceso de resolución y creación de situaciones problemáticas.
- Formar equipos de trabajo en los centros para reflexionar sobre estos aspectos, en los que se creen modelos de problemas bien pensados y se consensúen estrategias de resolución de problemas que se adapten a las características de los alumnos.

4. Referencias bibliográficas

ALSINA, A. (2004): *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos*, Narcea, Madrid.

BAROODY, A. (1988): *El pensamiento matemático de los niños*, Visor, Madrid.

CASTRO, E. (coord.) (2001): *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*, Síntesis, Madrid.

COCKROFT, V.H. (1985): *Las matemáticas sí cuentan*, MEC, Madrid.

D'AMORE, B. (1997): *Problemas. Pedagogía y psicología de las matemáticas en la actividad de resolución de problemas*, Síntesis, Madrid.

Decreto 111/2007, de 20 de julio, del Consell, por el que se establece el currículo de la Educación Primaria en la Comunitat Valenciana (DOCV núm. 5562, de 24 de julio de 2007).

GARCÍA JIMÉNEZ, J.E. (2005): "Resolución de problemas", *Aula de innovación educativa*, núm. 142, 81-96.

GUZMÁN, M. (1995): *Aventuras matemáticas*, Ediciones Pirámide, Madrid.

MASON, J., BURTON, L. y STACEY, K. (1988): *Pensar matemáticamente*, MEC-Labor, Barcelona.

La resolución de problemas en el primer ciclo de Primaria

NCTM, (1993): *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*, SAEM Thales, Sevilla.

LLINARES, S. (2003): "Matemáticas escolares y competencia matemática". Chamorro (Coord.) *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson-Prentice Hall.

RESNICK, L.B. y FORD, W.W. (1987): *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*, Paidós, Barcelona.

SANTALÓ, LL. (1997): *La educación matemática hoy*. Editorial Teide. Madrid.

Tunning Educational Structures in Europe. (1999): *Programa Socrates - Tempus* de la Dirección General de Educación y Cultura de la Unión Europea.

VILA, A. y CALLEJO, M^a. L. (2004): *Matemáticas para aprender a pensar*, Narcea, Madrid.

WERTHEIMER, M. (1991): *El pensamiento productivo*, Paidós Ibérica, Barcelona.