

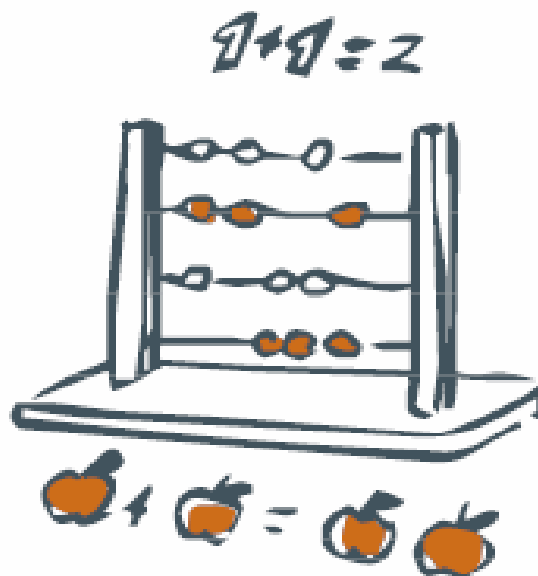
[Àmbits
de millora]

GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

La Resolució de Problemes al Primer Cicle de Primària



Competència matemàtica



[Àmbits
de millora]

 GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

La Resolució de Problemes al Primer Cicle de Primària

Autors

Alfred Moncho Pellicer (*Coordinador*)

J. Miguel Martínez Iniesta

Tomás Queralt Llopis

Benidel Villar Torres

Competència matemàtica



[Àmbits
de millora]

 GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

ORIENTACIONS



PROPOSTES

Competència matemàtica



[Àmbits
de millora]

 GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

ORIENTACIONS

1. Justificació
2. Les matemàtiques en l'educació primària
3. Criteris metodològics i consells pràctics
4. Referències bibliogràfiques

Competència matemàtica



[Àmbits
de millora]

 GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

1. Justificació

Les *primeres experiències* del xiquet *condicionen* fortament la seua *actitud* davant de les matemàtiques.



Competència matemàtica

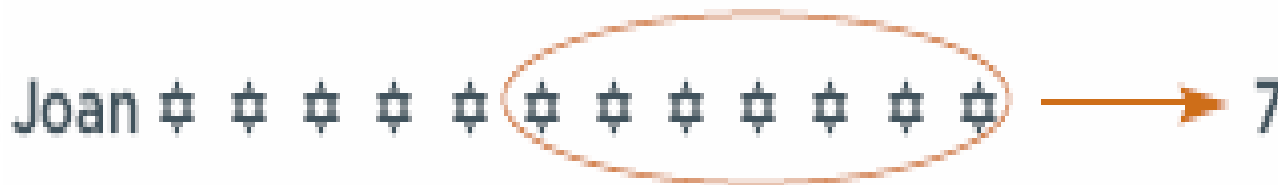




1. Justificació

Els **processos de resolució de problemes** constitueixen un dels eixos principals de l'activitat matemàtica.

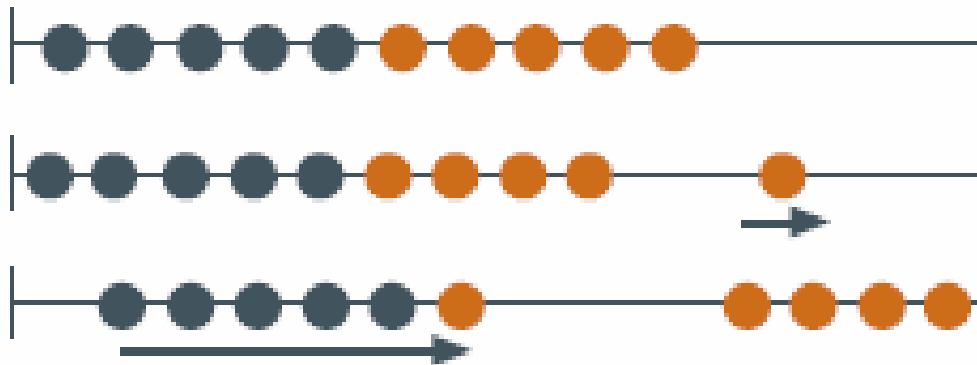
Han de ser font i suport principal de l'aprenentatge matemàtic al llarg de l'etapa, ja que conformen la pedra angular de l'educació matemàtica.





2. Les matemàtiques en l'educació primària

- ***Les matemàtiques en l'escola***
Considerar la separació entre les matemàtiques com a **disciplina científica** i les **matemàtiques escolars**, amb un paper concret dins del sistema educatiu.



[Àmbits
de millora]

 GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

2. Les matemàtiques en l'educació primària

- **Concepció de l'àrea**

Una **visió *descriptiva i formal*** ens obliga a ressaltar els aspectes sintàctics del llenguatge formal de les matemàtiques i a mostrar les matemàtiques com un **conjunt de coneixements elaborats i organitzats**.

Competència matemàtica





2. Les matemàtiques en l'educació primària

- **Concepció de l'àrea**

Una **visió constructiva i substancial** li donarà més importància a la **construcció dels conceptes matemàtics** per “la persona que aprén” i a la **comprensió del significat dels símbols** que s'utilitzen en el context d'abstracció.

$$12 - 5 = 7$$



2. Les matemàtiques en l'educació primària

- *Aprenentatge, competències i currículum*

El terme **competència en educació** apunta a l'ús eficaç d'un **conjunt de coneixements i habilitats que l'alumne ha adquirit i mobilitza de manera efectiva per a resoldre un problema** o una situació determinada.



2. Les matemàtiques en l'educació primària

- ***Aprenentatge, competències i currículum***

La necessitat d'atendre tot l'alumnat, de procurar que cada un desenrotlle al màxim les seues potencialitats, **no ha de fer-nos esperar uniformitat en els resultats.**





2. Les matemàtiques en l'educació primària

- ***La competència matemàtica i la pràctica docent***

La pràctica pedagògica basada en competències és una pràctica exigent.

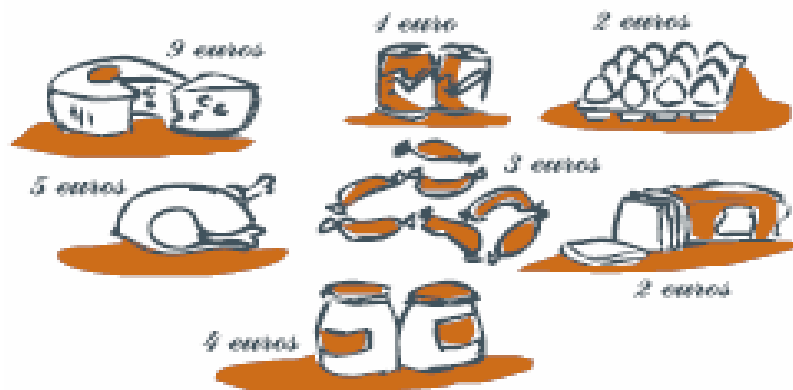
Una ***pràctica exigent per a l'alumnat*** perquè este ha d'implicar-se en l'aprenentatge, ha d'adquirir autonomia, ha de fer ús d'habilitats diferents.



2. Les matemàtiques en l'educació primària

- ***La competència matemàtica i la pràctica docent***

Una ***pràctica exigent per al docent***, que necessita adaptar materials i crear situacions pròximes a l'ambient contextual que viuen els alumnes.



[Àmbits
de millora]

GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

2. Les matemàtiques en l'educació primària

- ***Trets distintius de les aules que potencien el desenvolupament de la competència matemàtica***

1) *La naturalesa de les tasques de classe:* cal proposar-los problemes autèntics.

2) *La cultura social de l'aula:* que motive els estudiants a considerar les tasques matemàtiques com a situacions reals.



Competència matemàtica





2. Les matemàtiques en l'educació primària

3) *El paper del professorat:*

seleccionar, proposar, comentar, discutir, reflexionar,.... establir un equilibri entre la informació i pensament autònom.

4) *Els recursos matemàtics com a suport de l'aprenentatge:*

manipuladors, TICs, llenguatge oral, escrit,...





2. Les matemàtiques en l'educació primària

5) L'equitat i l'accessibilitat: cada estudiant té el dret de comprendre què fa en matemàtiques, reflexionar i comunicar sobre estes.





2. Les matemàtiques en l'educació primària

- *Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge en la resolució de problemes*

Què implica resoldre un problema?

Resoldre un problema implica pensar en allò que se'ns demana, decidir què hem de fer, realitzar allò que siga necessari per a trobar la solució i valorar si el resultat obtingut és raonable.



2. Les matemàtiques en l'educació primària

- *Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge en la resolució de problemes*

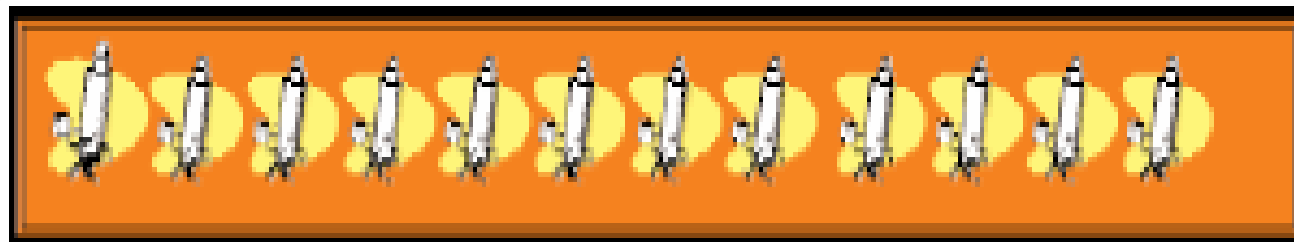
Com podem ensenyar a resoldre problemes?

La representació del problema, en qualsevol de les seues formes, facilita en gran manera el procés d'ensenyança aprenentatge de l'alumne.



2. Les matemàtiques en l'educació primària

- Exemple: en la classe de D. Pere hi havia una caixa amb 12 retoladors que podem utilitzar per a realitzar un treball. Quan anem a agafar-los, comprovem que només n'hi ha 5. Comencem a buscar i a terra en trobem 3 més. **Quants ens en falten encara?** Si vols escriure o comptar, pots fer-ho ací.



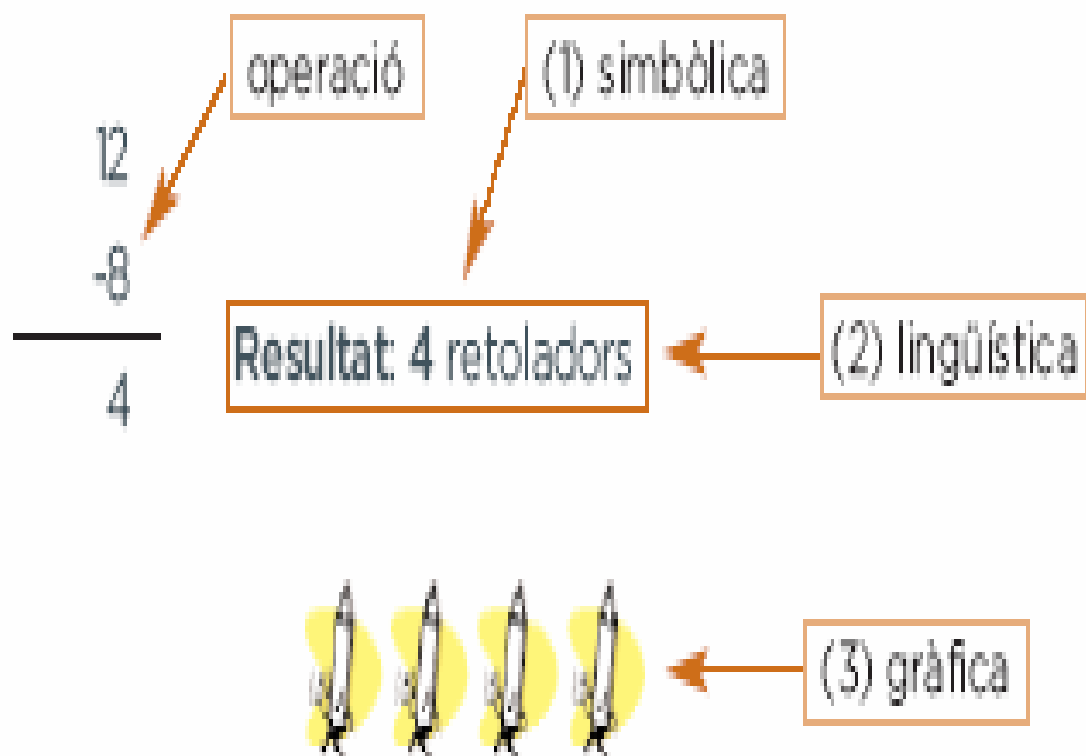
[Àmbits
de millora]

GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

Resposta 1



Competència matemàtica



[Àmbits
de millora]

 GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

$$\begin{array}{r} 12 \\ -5 \\ \hline 7 \end{array}$$

Resposta 2

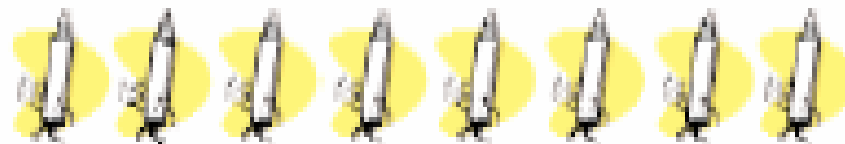
Resultat: 7 retoladors



Resposta 3

$$5 + 3 = 8$$

Resultat: 8 retoladors



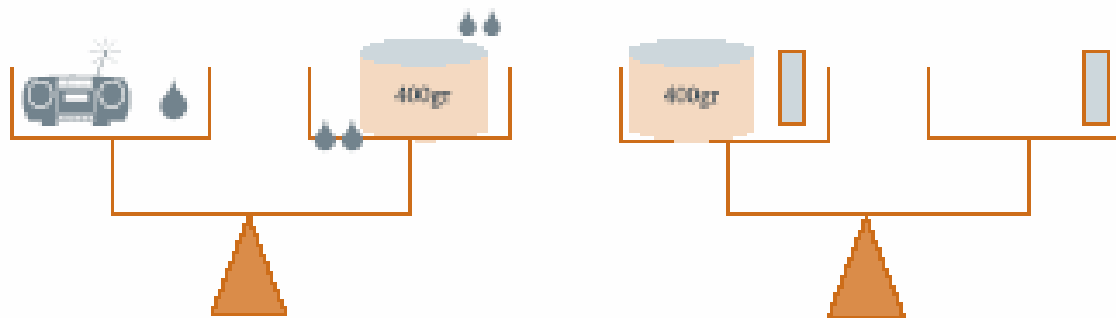
Competència matemàtica





3. Criteris metodològics i consells pràctics

- Cal treballar la resolució de problemes com a nucli central del procés d'ensenyança i aprenentatge de les matemàtiques.
- Procurar que els problemes tinguen un contingut significatiu per a l'alumne i siguen molt variats.





4. Referències bibliogràfiques

- Decreto 111/2007, de 20 de julio del Consell, por el que se establece el currículo de la Educación Primaria en la Comunitat Valenciana. DOCV núm. 5562 de 24 de julio de 2007.
- LLINARES, S. (2003): "Matemáticas escolares y competencia matemática". Chamorro (Coord.) *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson-Prentice Hall.



[Àmbits
de millora]

 GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

PROPOSTES

1. Els problemes matemàtics
2. Tipus de problemes en primer cicle de primària
3. Fases en la resolució d'un problema
4. Conclusions
5. Bibliografia
6. Pàgines web

Competència matemàtica





1. Els problemes matemàtics

- ***Concepte de problema***

Un problema és una situació, quantitativa o d'una altra classe, a què un individu o grup s'enfronta, que requerix una solució, i per a la qual no s'albira un mitjà o camí aparent i obvi que conduïska a esta.

$$22 + \underbrace{1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1}_7 \rightarrow 29$$



2. Tipus de problemes en el primer cicle de primària

- **Problemes aritmètics
(additius/subtractius)**
 - *De transformació o canvi*
 - *De combinació o composició de mesures*
 - *De comparació*
 - *D'igualació*
- **Problemes geomètrics**
 - amb *geoplans*
 - amb *puzles*: tangrams, pentòminos i policubs

[Àmbits
de millora]

 GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

2. Tipus de problemes en el primer cicle de primària

- ***Problemes lògics i d'estratègia***
- ***Problemes de recompte sistemàtic***
- ***Problemes d'atzar i probabilitat***
- ***Problemes topològics***

Competència matemàtica



- **Problemes aritmètics
(additius/subtractius)**

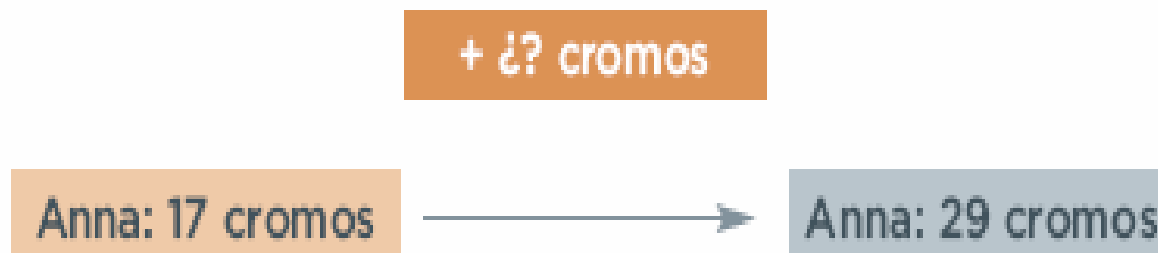
– *De transformació o canvi*

	Tipus de transformació	Situació inicial	Transformació	Situació final
T1	<i>creixent</i>	Coneguda	Coneguda	¿?
T2		Coneguda	¿?	Coneguda
T3		¿?	Coneguda	Coneguda
T4	<i>decreixen</i>	Coneguda	Coneguda	¿?
T5		Coneguda	¿?	Coneguda
T6		¿?	Coneguda	Coneguda



- **Tipus T2. Trans. creixent.**
Incògnita: transformació

Exemple: Anna té 17 cromos i son pare li regala diversos cromos nous pel seu aniversari. A l'ajuntar-los tots, Anna té ara 29 cromos. Quants cromos li va regalar son pare?





- Afegim cromos a 17, d'un en un, fins a arribar a 29, de manera manipulativa, utilitzant qualsevol recurs didàctic per a representar esta quantitat (boletes, llapis, gomes...) i comptem, inclús, agafant cromos reals que tenim en el nostre "*racó matemàtic*".

$$17 + \underbrace{1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1}_{12} \longrightarrow 29$$

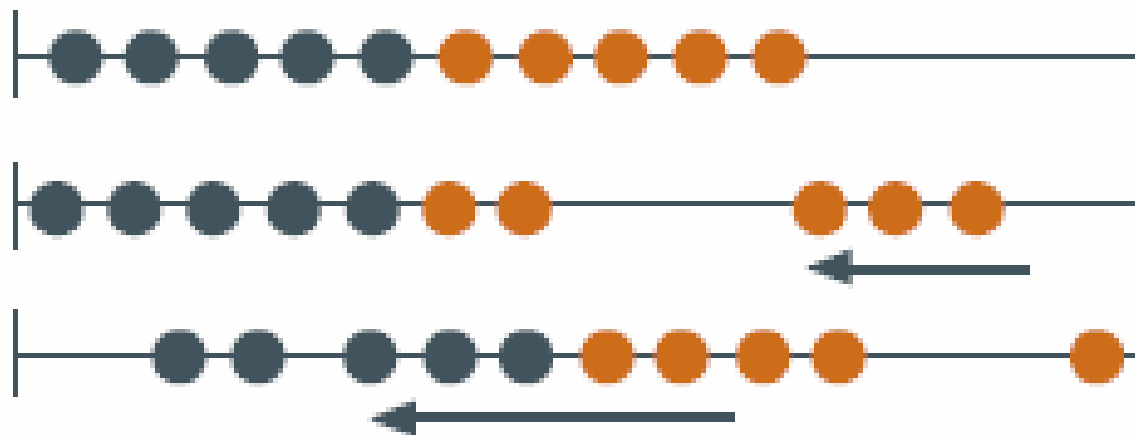
[Àmbits
de millora]

GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

Amb l'àbac: tenim 17 cromos. Per a obtindre'n 29, haurem d'afegir-ne, en primer lloc, 3 (completar desena) per a aconseguir-ne 20 i, a continuació, 9. Així tindrem els 29 cromos. *En total hem afegit 12 cromos.*



$$17 + 3 + 9 = 29$$





– *De combinació o de composició de mesures*

En este tipus de problemes no intervé cap transformació que supose un canvi, sinó que "dos o més mesures es combinen per a obtindre'n una tercera".

Model	Quantitat parcial 1	Quantitat parcial 2	Quantitat global
C1	Coneguda	Coneguda	... ?
C2	Coneguda	... ?	Coneguda
	... ?	Coneguda	Coneguda

[Àmbits
de millora]

GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

• **Tipus C1. La incògnita és la quantitat global**

Exemple: *En el parc hi ha un gabial amb 15 canaris i 9 periquitos. Quants pardals hi ha en total en el gabial?*

$Q_{P1} = 15$ canaris

$Q_{P2} = 9$ periquitos

$Q_G = \dots$ pardals?

$15 \text{ canaris} + (1 + 1 + \dots + 1 + 1) \longrightarrow 24 \text{ pardals}$

9 periquitos





– *De comparació*

A una de les quantitats que es compara se la denomina "quantitat de referència" (QR) i a l'altra "quantitat comparada" (QC). La tercera quantitat que intervé és la "diferència" (D) que hi ha entre les quantitats comparades.




[Àmbits
de millora]

 GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

Models	Tipus de comparació	Quantitat de referència	Quantitat comparada	Diferència
C1 	<i>creixent</i>	Coneguda	Coneguda	... ?
C2		Coneguda	... ?	Coneguda
C3		... ?	Coneguda	Coneguda
C4	<i>decreixent</i>	Coneguda	Coneguda	... ?
C5		Coneguda	... ?	Coneguda
C6		... ?	Coneguda	Coneguda

Competència matemàtica





- Si $QR < QC$, la **comparació** es denomina **creixent**

Exemple: *Lluís té 7 cromos (QR) i Manel té 12 cromos (QC). Per tant, Manel té 5 cromos més (D) que Lluís*

- Si $QR > QC$ la **comparació** es denomina **decreixent**

Exemple: *Lluís té 13 cromos (QR) i Manel té 9 cromos (QC). Per tant, Manel té 4 cromos menys (D) que Lluís.*



– *D'igualació*

Quan s'analitza un *problema de comparació* i un altre *d'igualació*, comprovem que *la situació que plantegen és exactament la mateixa* i la solució també és la mateixa. La diferència més significativa consisteix en la "*manera*" en que *s'expressa la pregunta*.

- * *Àngel té 8 boletes i Paula 5. Quantes boletes té Àngel més que Paula?* (problema de comparació).

[Àmbits
de millora]

GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

– *D'igualació*

Quan s'analitza un *problema de comparació* i un altre *d'igualació*, comprovem que *la situació que plantegen és exactament la mateixa* i la solució també és la mateixa.

La diferència més significativa consistix en la "*manera*" en que *s'expressa la pregunta*.

- * *Àngel té 8 boletes i Paula 5. Quantes boletes té Àngel més que Paula?* (problema de comparació).



[Àmbits
de millora]

 GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

** Àngel té 8 boletes i Paula, 5 boletes.
**Quantes boletes necessita Paula
per a tindre les mateixes que
Àngel?***

	Tipus d'igualació	Quantitat de referència	Quantitat comparada	Diferència
I. 1	<i>creixent</i>	Coneguda	Coneguda	?
I. 2		Coneguda	?	Coneguda
I. 3		?	Coneguda	Coneguda
I. 4	<i>decreixent</i>	Coneguda	Coneguda	?
I. 5		Coneguda	?	Coneguda
I. 6		?	Coneguda	Coneguda

Competència matemàtica





- **Tipus I1. Igualació creixent.**
Incògnita: diferència

Exemple: Àngel té 8 boletes i Paula, 5. Quantes boletes necessita Paula per a tindre les mateixes que Àngel?

- **Tipus I4. Igualació decreixent.**
Incògnita: diferència

Exemple: Júlia té 12 còmics de Mortadel·lo i Filemó i Raül 17 còmics. Quants còmics hauria de regalar Raül al seu germà per a tindre els mateixos que Júlia?

[Àmbits
de millora]

GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ

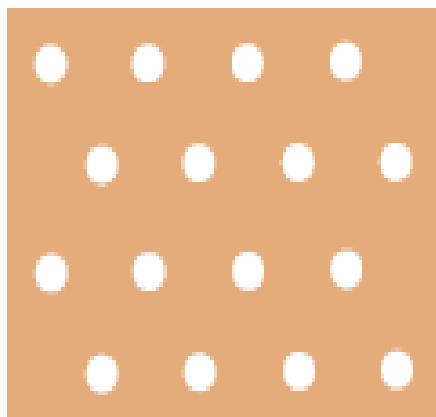


rp

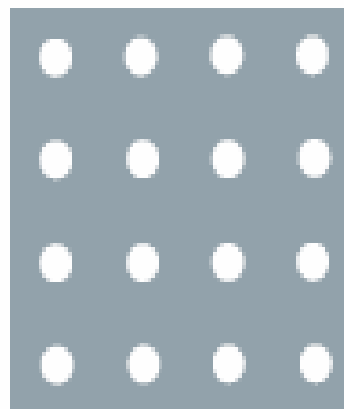
- **Problemes geomètrics**

- Problemes **amb geoplans**

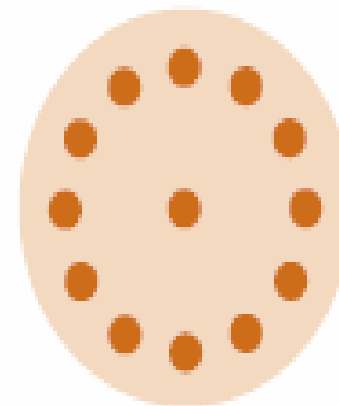
El geoplà va ser inventat pel matemàtic pedagog egipci Galeb Gattegno (1911-1988)



Triangular



Quadrangular



Circular

Competència matemàtica



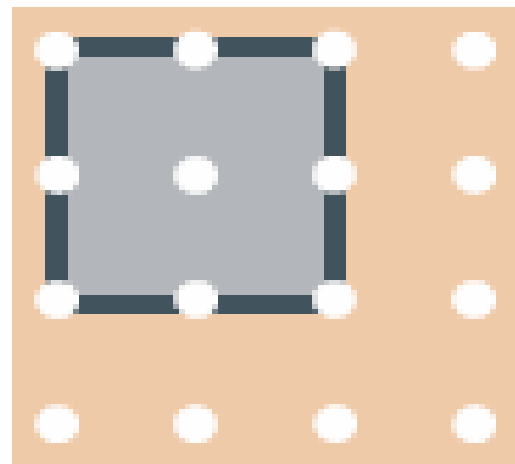
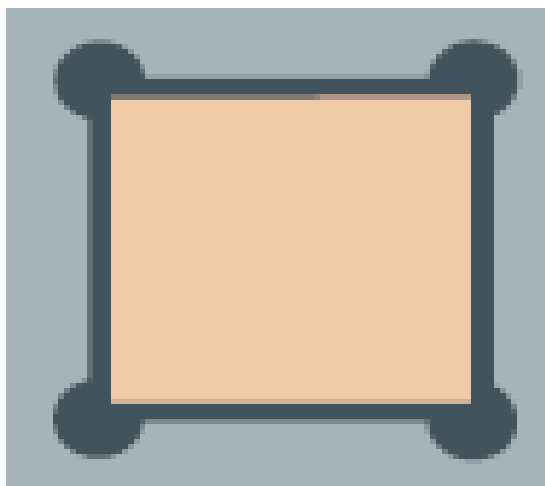
[Àmbits
de millora]

GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

- Exemple: *Quants quadrats pots fer en un geoplà 2x2, 3x3, 4x4 i 5x5? Calcula el costat i el perímetre de cada quadrat.*



Competència matemàtica





– Problemes *amb puzles:*
tangrams, pentòminos i
policubs

- **Tangrams**

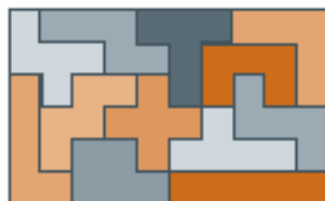
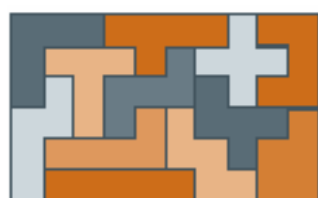
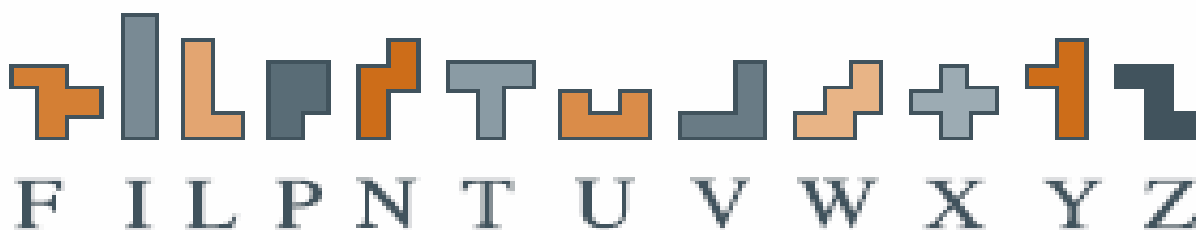
El més conegut és el Tangram xinès, en què el puzle està compost de 7 peces de diferents formes geomètriques (5 triangles, 1 quadrat i 1 romboide).





- **Pentòminos**

Ens referim a totes les figures possibles (en total 12) que es poden compondre amb cinc quadrats units entre si per un dels seus costats. Generalment estan fabricats amb PVC per a poder facilitar la seua manipulació.



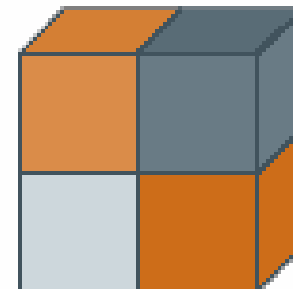


- **Problemes geomètrics**

- **Policubs**

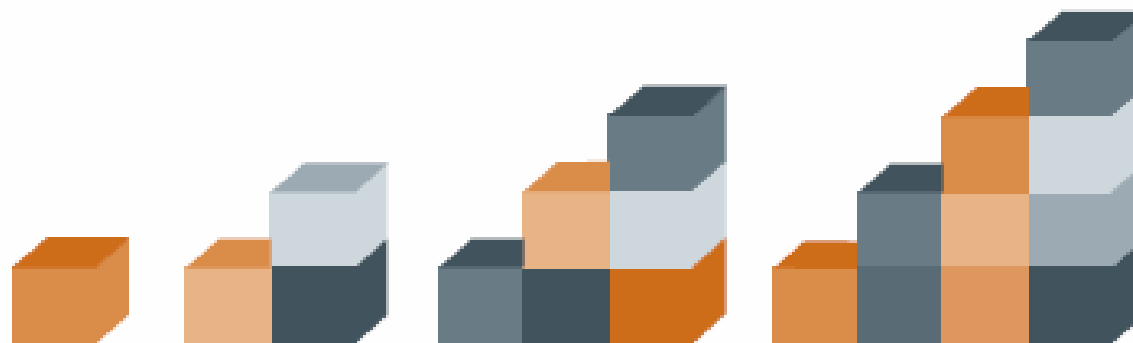
Un policub és una agregació de cubs idèntics, de manera que cada cub té, com a mínim, una cara en comú amb un altre cub. Els cubs són interessants generadors de figures espacials.

- Exemple: *Estructures de quatre.* Agafa quatre cubs i construïx esta estructura. Ara agafa'n quatre més i fes una estructura diferent.





- Exemple: *Construir escales. Utilitza els cubs per a construir estes escales.*

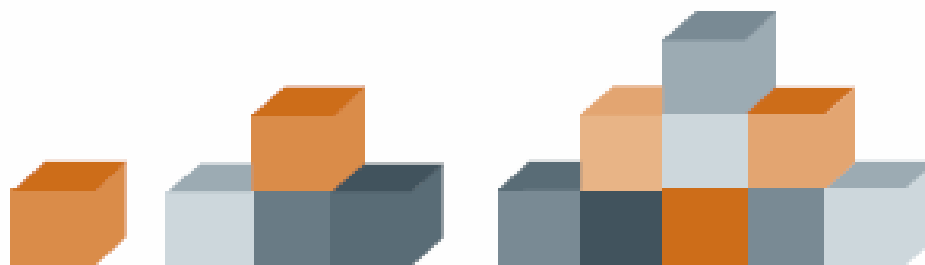


Anota ací quants cubs t'han fet falta.

Nombre d'escalons	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de cubs	1	3						



Exemple: *Escales dobles*. Utilitza ara els cubs per a construir estes escales.



Anota ací quants cubs t'han fet falta.

Nombre d'escalons	1	2	3	4	5	6
Nombre de cubs	1	4				



- ***Problemes lògics i d'estratègia***

- Aquest tipus de problemes, en general, no es treballen des de l'inici de l'escolartització. No obstant això, són molt valorats posteriorment, doncs permeten enfrontar-se a multitud de situacions en la vida real de manera significativa.

Exemple de joc d'estratègia:
Agafem fitxes. Col·loquem-ne deu en la taula. Juguen dos jugadors i cada un pot agafar una o dos fitxes quan li toque a ell. El jugador que agafe l'última fitxa perd la partida





- **Problemes lògics i d'estratègia**

- Dins d'estos problemes lògics i d'estratègia, també podem considerar els *quadrats màgics*.

Vegem-ne un primer exemple senzill: *col·loca en un quadre de 3x3 els números de l'1 al 9, de manera que totes les línies (horitzontals, verticals i diagonals) sumen 15.*

8	3	4
1	5	9
6	7	2

6		2
1		9
8	3	

[Àmbits
de millora]

GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ

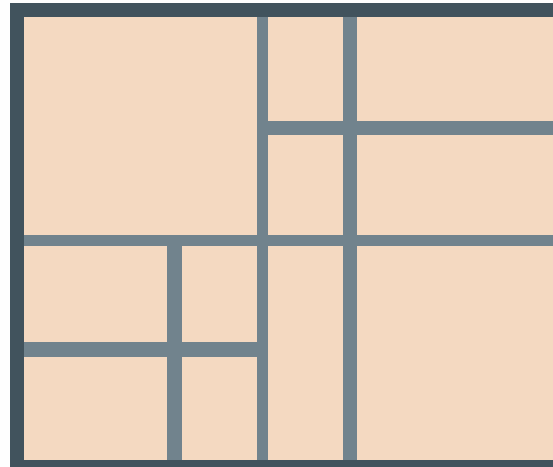


rp

Problemes de recompte sistemàtic

Amb este tipus de problemes el que intentem exercitar és la capacitat dels alumnes per a actuar de manera sistemàtica, ja que és l'única manera d'estar segur d'haver trobat totes les solucions

Exemple: escriu el número de quadrats que veus al quadre següent



[Àmbits
de millora]

GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

Es necessita un tauler (quadrícula amb els números de l'1 al 12 en la primera fila), dos daus de sis cares, numerats de l'u al sis, i fitxes de diversos colors. Pots jugar amb els teus amics, però amb la condició que a cada jugador li corresponga una fitxa d'un color diferent.

M E T A											
						•					
						•	•				
						•	•	•			
						•	•	•		•	
				•	•	•	•	•	•	•	
			•	•	•	•	•	•	•	•	
		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Competencia matemática

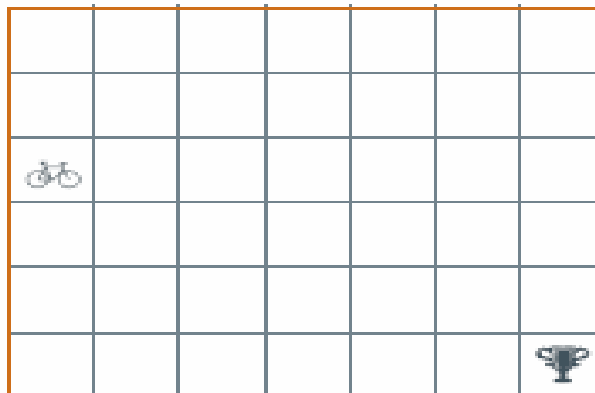




- **Problemes topològics**

Són propostes per a refermar conceptes com: dalt, baix, damunt, davall, dreta, esquerra, davant, darrere...

- Exemple: *situa't en la quadrícula i, amb el punt de partida a la casella on es troba la bicicleta, escriu un recorregut amb almenys 4 moviments i indica cap a on es realitzen (dalt, baix, dreta, esquerra), fins a arribar al trofeu.*





3. Fases en la resolució de problema

- **Fase 1: *Compendre* el problema**
 - *Tipus d' enunciat*
 - *Anàlisi de l' enunciat*
- **Fase 2: *Elaborar un pla* de resolució**
- **Fase 3: *Executar el pla***





3. Fases en la resolució de problema

- **Fase 4: *Comprovar el resultat***
 - *Estimació de la validesa del resultat*
 - *Exactitud del resultat obtingut*

Desenrotllament de les fases per mitjà d'un exemple pràctic





- **Fase 1: *Compendre* el problema**
 - **Tipus d' enunciat**

La comprensió del problema significa, en primer lloc, *entendre l'enunciat* i, per tant, està íntimament lligada a la capacitat de comprensió oral, escrita o gràfica de l'alumne.

Considerem que és fonamental que es treballen els diferents tipus d'enunciats





- **Fase 1: *Compendre* el problema**

E1. Enunciats orals

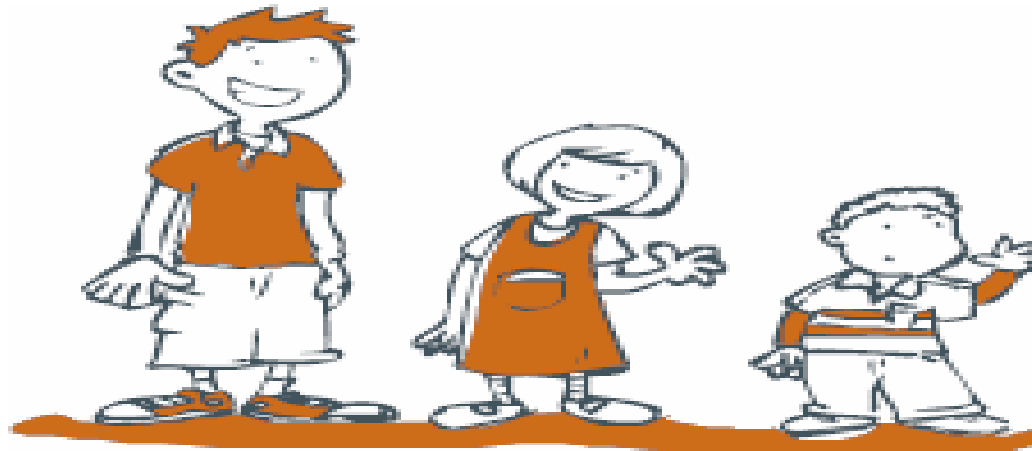
– Exemple: *Toni ha de pintar 6 dibuixos en una fitxa. Si ja n'ha pintat 2, quants dibuixos li falten per pintar?*

E.2. Enunciats gràfics

– Exemple de possibles respostes:
Ma mare va comprar 6 ous i se li'n van trencar 2. Quants li'n queden per a fer el sopar?



- **Fase 1: *Compendre* el problema**
E3. *Enunciats amb molt poc text*



Victor
10 años

Beatriz
4 años

Samuel
2 años

- Quin xiquet/a és el/la major?
- Quin és el més xicotet?
- Quants anys tenen entre els tres xiquets?
- Si

[Àmbits
de millora]

GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

• **Fase 1: *Compendre* el problema**

E5. Enunciats amb el text desordenat

- Exemple: [Quantes tomaques queden en la caixa?] [24tomaques,] [en llancem 6 perquè s'han podrit] [Una caixa té]

E6. Enunciats amb informació no útil

- Exemple: en un tren que viatja a 90 km/h van 86 passatgers. Si baixen 32 passatgers, quants en queden al tren?

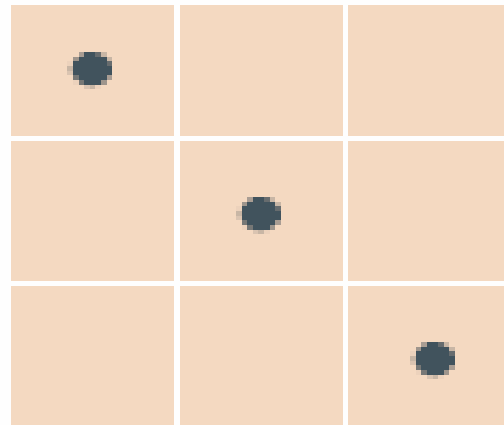




- **Fase 1: *Compendre* el problema**

E11. Enunciats d'investigació

- Exemple: en un quadrat de 3x3 posa una fitxa en cada quadrícula i investiga quantes fitxes pots posar sense que n'hi haja tres en ratlla (que formen una línia).



- Esbrina el mateix amb un quadrat de 4x4.

[Àmbits
de millora]

GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp



– *Anàlisi de l'enunciat*

Una vegada l'alumne ha comprés la situació que se li planteja, ha de fer una anàlisi detallada de la informació que oferix l'enunciat i obtindre resposta a una sèrie d'interrogants, com ara:

- Quines dades apareixen?
- Què ens demana?
- Totes les dades oferides són rellevants?
- Alguna dada és innecessària?
- Podem fer una estimació del resultat?
-





- **Fase 2: *Elaborar un pla de resolució***

Una vegada identificades les dades, compresa la situació i aclarit què cal esbrinar, l'alumne ha de plantejar-se quines accions ha de realitzar.

És a dir, ha d'elaborar un “*pla d'actuació*”, una ***estratègia*** que li permeta arribar des de les dades conegudes fins a la solució requerida. (Modelització, tècniques d'assaig i error, operació aritmètica,...)



- **Fase 3: Executar el pla**

És molt important que l'alumne s'acostume a deixar constància escrita dels passos realitzats, les deduccions i les operacions.

Esta precaució facilita l'explicació posterior de com s'ha resolt el problema i servix de fil conductor per a repassar allò que s'ha fet per a buscar un possible error.

- **Fase 4: Comprovar el resultat**

- **Estimació de la validesa**
- **Exactitud del resultat**



- **Desenrotllament de les fases per mitjà d'un exemple pràctic**

Problema: *els alumnes de 3r curs de Primària del nostre col·legi se n'han anat d'excursió en un autobús de dos pisos.*



[Àmbits
de millora]

GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

*Si en el primer pis anaven 29
alumnes, i en el segon pis, 14 més
que en el primer, quants alumnes de
3r de Primària van anar d'excursió?*



Competència matemàtica



[Àmbits
de millora]

 GENERALITAT
VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ



rp

4. Conclusions

- Són elements clau d'un aprenentatge de les matemàtiques amb garanties d'equitat i qualitat:
 - la bona **actitud del professorat** (treballant els problemes de manera planificada i ben estructurada)
 - el **coneixement i l'experimentació** de les diferents tipologies de problemes
 - un **clima de classe** afavoridor de la investigació i la cooperació.

Competència matemàtica





5. Bibliografia



6. Pàgines WEB

- ***Balances numèriques:***
[http://illuminations.nctm.org/tools/
tool_detail.aspx?id=26](http://illuminations.nctm.org/tools/tool_detail.aspx?id=26)